

MENSURATION 2D

क्षेत्रमिति 2D

THEORY

FOR ALL EXAMS

BY ADITYA RANJAN



Maths By Aditya Ranjan



Rankers Gurukul

PDF की विशेषताएं
INDIA में पहली बार

- **UPDATED CONTENT**
- **TYPE WISE**
- **LEVEL WISE**
- **BILINGUAL**
- **ERROR FREE**

MATHS SPECIAL BATCH
में Enroll करने के लिए

DOWNLOAD

RG VIKRAMJEET APP



GET IT ON
Google Play



MATHS EXPERT



MENSURATION -2D (THEORY)

The literal meaning of the word Mensuration is 'to measure'. It is a branch of mathematics that deals with the measurement of perimeter, area and volume of the different geometrical figures.

क्षेत्रमिति शब्द का शाब्दिक अर्थ है 'मापना'। यह गणित की एक शाखा है जो विभिन्न ज्यामितीय आकृतियों की परिधि, क्षेत्रफल और आयतन के माप से संबंधित है।

The mensuration is divided in the following two parts :

क्षेत्रमिति को निम्नलिखित दो भागों में विभाजित किया गया है :

(i) Two-dimension mensuration

द्विविमीय क्षेत्रमिति

(ii) Three-dimension mensuration

त्रिविमीय क्षेत्रमिति

In two-dimension mensuration we will study the two-dimension figures (plane figures), like triangle, quadrilateral, polygon, circle etc.

द्विविमीय क्षेत्रमिति में हम द्विविमीय आकृतियों (समतल आकृति) जैसे- त्रिभुज, चतुर्भुज, बहुभुज, वृत्त आदि का अध्ययन करते हैं।

In three-dimension mensuration we will study the three-dimension figures like cube, cuboid, cylinder, cone, frustum, sphere, hemisphere, Prism, Pyramid etc.

त्रिविमीय क्षेत्रमिति में हम त्रिविमीय आकृतियों जैसे- घन, घनाभ, बेलन, शंकु, छिन्नक, गोला, अर्द्धगोला, प्रिज्म, पिरामिड आदि का अध्ययन करते हैं।

In mensuration, Pythagorean triplets and divisibility tricks will be used.

क्षेत्रमिति में हम पाइथागोरियन ट्रिपलेट और विभाज्यता के नियमों का प्रयोग करेंगे।

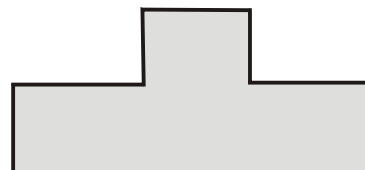
Important Unit Conversion

1 Kilometer (km)	= 10 Hectometer
1 Hectometer	= 10 Decametre
1 Decametre	= 10 Metre (m)
1 metre	= 10 Decimetre (dm)
1 Decimetre	= 10 centimetre (cm)
1 centimetre	= 10 milimetre (mm)
1 Mile	= 1760 Yard
1 Yard	= 3 Feet
1 Feet	= 12 Inch
1 Inch	= 2.54 Centimetre (cm)
1 Feet	= 0.3048 Metre
5 Mile	= 8 Kilometre (km)
1 Hectare	= 10000 metre ² (m ²)
1 Cubic metre (m ³)	= 1000 Litre
1 Litre	= 1000 cubic cm (cm ³)

What is Area?/क्षेत्रफल क्या है?

The area can be defined as the space occupied by a flat shape or the surface of an object.

The area of a figure is the number of unit squares that cover the surface of a closed figure. Area is measured in square units such as square centimeters, square meter, etc.

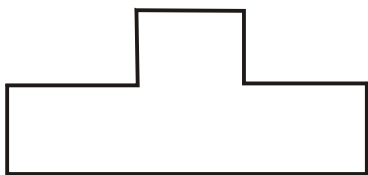


क्षेत्रफल को किसी एक चपटे आकार या किसी वस्तु की सतह द्वारा घेरे गये स्थान के रूप में परिभाषित किया जा सकता है।

किसी आकृति का क्षेत्रफल उसकी बंद सतह द्वारा घेरे गए वर्ग मात्रकों की संख्या है। क्षेत्रफल को वर्ग मात्रकों में मापा जाता है जैसे की वर्ग सेंटीमीटर, वर्गमीटर आदि।

Perimeter/परिमाण

Perimeter can be defined as the path or the boundary that surrounds a figure. It can also be defined as the length of the outline of a shape.



परिमाण को किसी आकृति को घेरने वाले पथ या परिसीमा के रूप में परिभाषित किया जा सकता है। इसे किसी आकृति की परिसीमा की लंबाई के रूप में भी परिभाषित किया जा सकता है।

Mensuration 2D

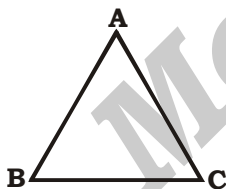
In this section, we will study the measurements of perimeter and area of figures which lie on a plane.

इस भाग में हम एक ही समतल में स्थित आकृतियों के परिमाण एवं क्षेत्रफल की माप का अध्ययन करेंगे।

Triangle/त्रिभुज

- A plane figure bounded by three lines is called a triangle.

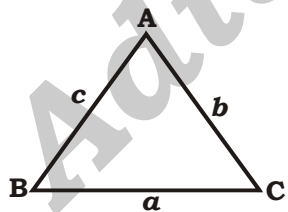
तीन रेखाओं से घिरे बंद आकृति त्रिभुज कहलाता है।



General properties of a triangle/ त्रिभुज के सामान्य गुण

- Let ABC be a triangle and a, b, c be its sides, then

माना, ABC एक त्रिभुज है और a, b, c इसकी भुजाएँ हैं, तो



(i) Perimeter/ परिमाण = $a + b + c$

(ii) Semi-perimeter (s)/ अर्द्ध-परिमाण = $\frac{a+b+c}{2}$

It is denoted by s.

- (iii) **Area** : The area of a triangle is denoted by the symbol Δ and can be calculated by the following three methods :

क्षेत्रफल : त्रिभुज का क्षेत्रफल Δ द्वारा प्रदर्शित किया जाता है और निम्नलिखित तीन विधियों द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

(a) Area/ क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Ex1. In ΔABC , $AB = 21$ cm, $BC = 13$ cm and $AC = 20$ cm and AD is perpendicular to BC, then find AD = ?

ΔABC में, $AB = 21$ सेमी, $BC = 13$ सेमी और $AC = 20$ सेमी है और AD, BC पर लम्ब है, तो AD = ?

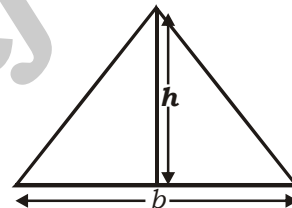
Ex2. In a quadrilateral ABCD, $AB = 40$ cm, $BC = 15$ cm, $CD = 28$ cm and $AD = 9$ cm. If $\angle DAB = 90^\circ$, find the area of quadrilateral.

चतुर्भुज ABCD में $AB = 40$ सेमी, $BC = 15$ सेमी, $CD = 28$ सेमी और $AD = 9$ सेमी है। यदि $\angle DAB = 90^\circ$ है तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

Ex3. In a trapezium ABCD, $AB \parallel DC$. If $AB = 25$ cm, $BC = 14$ cm, $CD = 10$ cm & $AD = 13$ cm. Find the area of ABCD.

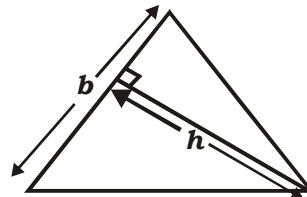
समलम्ब चतुर्भुज ABCD में $AB \parallel DC$ है। यदि $AB = 25$ सेमी, $BC = 14$ सेमी, $CD = 10$ सेमी और $AD = 13$ सेमी है। ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

(b) Area = $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{2} \times b \times h$

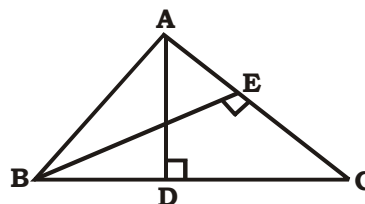


or

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \frac{1}{2} \times \text{side} \times \text{corresponding height} \\ &= \frac{1}{2} \times b \times h \end{aligned}$$



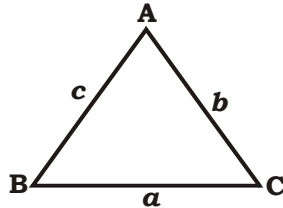
Ex.1 If $AD = 10$ cm, $BC = 24$ cm, $AC = 20$ cm, $BE = ??$



Ex. 2. Area of 2 triangles are in the ratio 16 : 25 and their altitudes are in the ratio 5 : 4. Find the ratio of their corresponding base?

2 त्रिभुजों के क्षेत्रफल के मध्य अनुपात 16:25 है और उनके शीर्षलंबों के मध्य अनुपात 5:4 है। उनके संगत आधारों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए?

$$(c) \text{ Area} = \frac{1}{2} \times bc \sin A = \text{Area} = \frac{1}{2} \times ca \sin B \\ = \text{Area} = \frac{1}{2} \times ab \sin C$$



Ex. If 2 sides of a triangle are 12 cm and 20 cm, what can be the maximum area of triangle?

यदि त्रिभुज की दो भुजाओं की लंबाई 12 सेमी और 20 सेमी है, तो त्रिभुज का अधिकतम क्षेत्रफल क्या हो सकता है?

• If 2 sides of Δ are given then maximum area is always of a Right Angled Triangle.

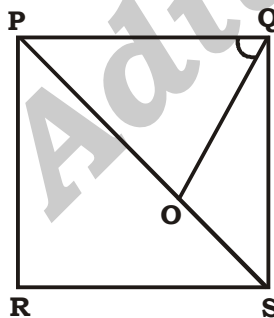
यदि त्रिभुज की दो भुजाएं दी गई हैं, तो अधिकतम क्षेत्रफल हमेशा एक समकोण त्रिभुज का होगा,

If a, b are two sides of a triangle

$$\text{Max Area} = \frac{1}{2} ab$$

Ex. In the given figure, PQRS is a square of side 8 cm. $\angle PQO = 60^\circ$, What is the area (in cm^2) of the triangle POQ?

दी गई आकृति में PQRS एक 8 सेमी भुजा वाली वर्ग है। $\angle PQO = 60^\circ$ है, त्रिभुज POQ का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी में) क्या है?



SSC CGL-2017, Tier II, 18.02.2018]

(a) $32\sqrt{3}$ (b) $24[(\sqrt{3}) - 1]$

(c) $48[(\sqrt{3}) - 1]$ (d) $16[3 - (\sqrt{3})]$

(iv) A median of a side divides the side in two part. Each triangle has three medians and the point of intersection of the medians is called the centroid and is denoted by G.

किसी भुजा की माध्यिका, भुजा को दो भागों में विभाजित करती है। प्रत्येक त्रिभुज में तीन माध्यिकाएँ होती हैं और माध्यिका का प्रतिच्छेद बिन्दु केन्द्रक कहलाता है और इसे G द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

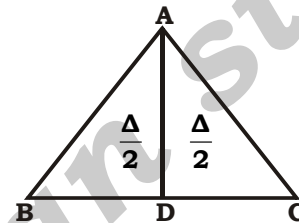
Each medians divides the area of triangle in the equal parts.

प्रत्येक माध्यिका त्रिभुज के क्षेत्रफल को बराबर भागों में विभाजित करती है।

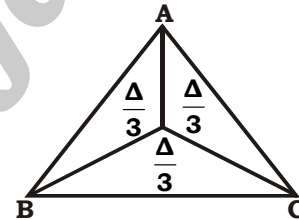
Let the area of a triangle ABC be Δ , then

यदि ΔABC का क्षेत्रफल Δ हो, तो

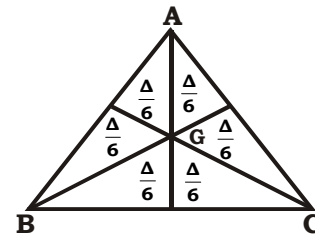
(a) If AD is a median, then



(b) If G is centroid then



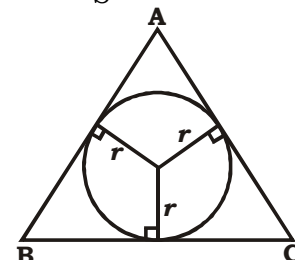
(c) If G is centroid, then



(v) The inradius or radius of a circle inscribed in a ΔABC is denoted by r .

अंतः त्रिज्या या ΔABC के अंदर बने वृत्त की त्रिज्या को r द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{Inradius } (r) = \frac{\Delta}{S}$$



Here, O is incentre./ यहाँ O अंतःकेन्द्र है।

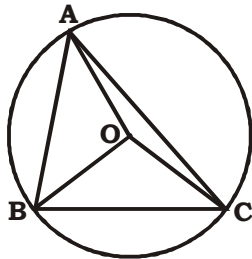
Ex. Find the in-radius of triangle whose sides are 13 cm, 21 cm and 20 cm.

त्रिभुज की अंतःत्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाओं की लंबाई 13 सेमी, 21 सेमी और 20 सेमी है।

(vi) The circumradius or radius of a circle circumscribed the $\triangle ABC$ is denoted by R .

परित्रिज्या या $\triangle ABC$ के परितः बनी वृत्त की त्रिज्या को R द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

$$\text{Circumradius } (R) = \frac{abc}{4\Delta}$$



Here, O is circumcentre.

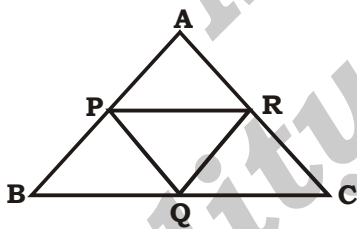
यहाँ, O परिकेन्द्र है।

(vii) The perimeter and the area of a triangle made by joining the mid-points of the sides will be half of original perimeter and one-fourth of the original area respectively.

भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने से बने त्रिभुज का परिमाण और क्षेत्रफल क्रमशः मूल परिमाण का आधा और मूल क्षेत्रफल का एक-चौथाई होगा।

If P, Q and R be the mid-point of AB, BC and AC, respectively, then

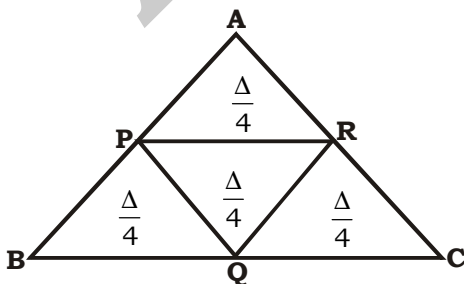
यदि P, Q और R क्रमशः भुजाओं AB, BC और AC के मध्य बिन्दु हो, तो



(a) The perimeter of $\triangle PQR$

$$= \frac{1}{2} \times \text{Perimeter of triangle ABC}$$

(b) If the area of $\triangle ABC$ is Δ , then



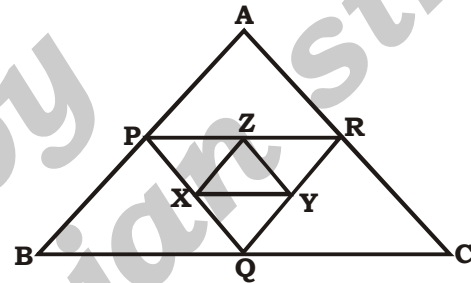
(c) Let a triangle PQR is formed by joining the mid-points of the sides of $\triangle ABC$, then again a $\triangle XYZ$ is formed by joining the mid-points of the sides of $\triangle PQR$, if this process continues till infinite, then

मान लीजिए कि $\triangle ABC$ की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने से एक त्रिभुज PQR बनता है, फिर PQR की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाकर एक $\triangle XYZ$ बनता है, यदि यह प्रक्रिया अनंत तक चलती रहे, तो

(i) The area of all triangles/सभी त्रिभुजों का क्षेत्रफल

$$= \frac{4}{3} \times \text{Area of } \triangle ABC$$

(ii) The perimeter of all triangles/सभी त्रिभुजों का परिमाण = $2 \times \text{Perimeter of } \triangle ABC$



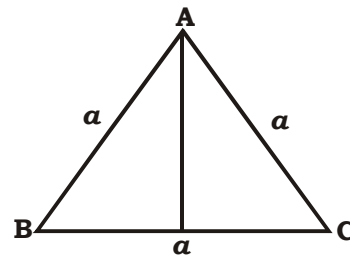
Equilateral Triangle

- If the length of all sides of a triangle is equal, then the triangle is called an equilateral triangle.

यदि त्रिभुज की सभी भुजाओं की लंबाई बराबर हो, तो त्रिभुज समबाहु कहलाती है।

- If $\triangle ABC$ be an equilateral triangle and one side = a , then

यदि $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है और इसकी एक भुजा a हो, तो



(i) Semi-perimeter (s) = $\frac{3a}{2}$

(ii) Height (h) = $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

(iii) Area = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$

Ex.1. If height of equilateral triangle = 12 cm, Find area of equilateral triangle.

यदि समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई = 12 सेमी है, तो समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iv) (a) Inradius (r) = $\frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{h}{3}$

(b) Area of the incircle = $\frac{\pi a^2}{12}$

(v) (a) Circumradius (R) = $\frac{a}{\sqrt{3}}$

(b) Area of circumcircle = $\frac{\pi a^2}{3} = \frac{2h}{3}$

(vi) Ratio of the areas of the circumcircle and the incircle = 4 : 1

परित्रिज्या एवं अंतःत्रिज्या के क्षेत्रफलों का अनुपात = 4 : 1

(vii) If the lengths of the perpendiculars drawn from a point inside an equilateral triangle to its sides are P_1 , P_2 and P_3 , then

यदि किसी समबाहु त्रिभुज के अंदर किसी बिन्दु से इसकी भुजाओं पर डाले गए लंबों की लंबाई P_1 , P_2 और P_3 हो, तो

(a) $P_1 + P_2 + P_3 = \frac{\sqrt{3}a}{2} = h$ (height)

(b) Area of the equilateral triangle
= $\frac{(P_1 + P_2 + P_3)^2}{\sqrt{3}}$

Ex.2. From any point inside an equilateral triangle, the lengths of perpendiculars on the sides are a cm, b cm and c cm. Its area (in cm^2) is :

यदि किसी समबाहु त्रिभुज के अंदर किसी बिन्दु से इसकी भुजाओं पर डाले गए लंबों की लंबाई a सेमी, b सेमी और c सेमी हो, तो इसका क्षेत्रफल (वर्ग सेमी. में) है :

(a) $\frac{\sqrt{2}}{3}(a+b+c)$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{3}(a+b+c)^2$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{3}(a+b+c)$ (d) $\frac{\sqrt{2}}{3}(a+b+c)^2$

Ex.3. If the length of the three perpendiculars from a point in the interior of an equilateral triangle to the sides are 4 cm, 5 cm and 6 cm, then find the area of the triangle.

यदि किसी समबाहु त्रिभुज के अन्दर स्थित किसी बिंदु से त्रिभुज की भुजाओं पर खींचे गये लम्ब की लम्बाइयां 4 सेमी, 5 सेमी और 6 सेमी हो, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

(a) $50\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (b) $75\sqrt{3} \text{ cm}^2$
(c) 225 cm^2 (d) 100 cm^2

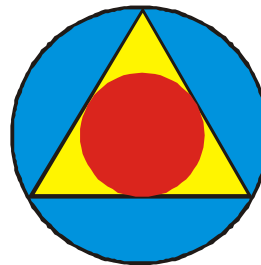
• In equilateral Δ ,

If r = inradius (अंतःत्रिज्या)

R = circumradius (परित्रिज्या)

S = Side of equilateral triangle

(समबाहु त्रिभुज की भुजाएँ)



(i) Find : $\frac{r}{R}$

(ii) $\frac{\text{Area of incircle}}{\text{Area of circumcircle}}$

(iii) Find the ratio of $r : S : R$

• Side of bigger equilateral triangle/बड़े समबाहु त्रिभुज की भुजा (T_1) = S_1

Side of smaller equilateral triangle/छोटे समबाहु त्रिभुज की भुजा (T_2) = S_2

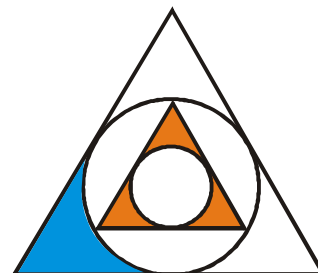


(i) $\frac{S_1}{S_2} =$

(ii) $\frac{\text{Area of } T_1}{\text{Area of } T_2} =$

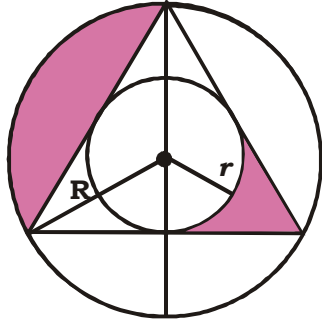
Ex. In equilateral triangle/समबाहु त्रिभुज में

$\frac{\text{Area of orange region}}{\text{Area of blue region}} = ?$



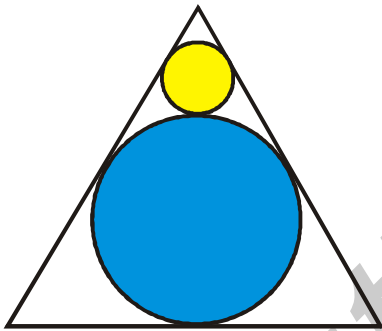
Ex.1. If side of an equilateral triangle is 12 cm. Find the area of shaded region.

यदि एक समबाहु त्रिभुज की एक भुजा 12 सेमी है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

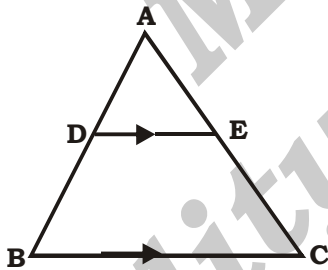


Ex.2. In equilateral triangle/समबाहु त्रिभुज में

$\frac{\text{Radius of smaller circle}}{\text{Radius of bigger circle}} = ?$



• ABC is an equilateral triangle (समबाहु त्रिभुज) & $DE \parallel BC$, then $\triangle ADE$ is also equilateral.

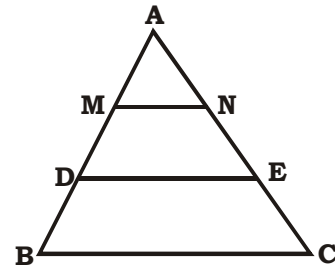


Ex.3. ABC is an equilateral triangle, P and Q are two points on AB and AC respectively such that $PQ \parallel BC$. If $PQ = 5$ cm, then area of $\triangle APQ$ is:

$\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है। बिंदु P और Q क्रमशः AB तथा AC पर इस तरह स्थित हैं कि $PQ \parallel BC$, $\triangle APQ$ का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

- (a) $\frac{25}{4} \text{ cm}^2$ (b) $\frac{25}{\sqrt{3}} \text{ cm}^2$
(c) $\frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$ (d) $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Ex.4. ABC is an equilateral triangle (समबाहु त्रिभुज) $DE \parallel BC$ & $MN \parallel DE$.



If $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$, $\frac{MN}{DE} = \frac{3}{4}$, then

$\frac{\text{Area of } \triangle AMN}{\text{Area of } \triangle ABC} = ?$

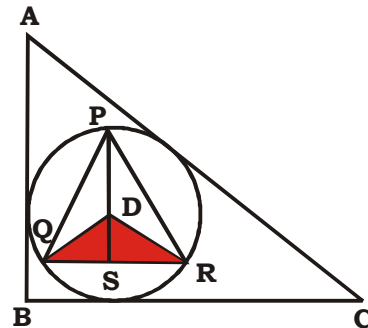
Ex.5. The difference between the area of the circumscribed circle and the area of the inscribed circle of an equilateral triangle is 2156 sq. cm. What is the area of the equilateral triangle?

किसी समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त और अंतःवृत्त के क्षेत्रफलों का अंतर 2156 वर्ग सेमी है। समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है?

- (a) $686\sqrt{3}$ (b) 1000
(c) $961\sqrt{2}$ (d) $650\sqrt{3}$

Ex.6. In the given figure ABC is a right angle triangle where $AB = 6$ and $BC = 8$. D is the centre of in-circle. Equilateral triangle PQR is inscribed in circle. Find the area of shaded portion.

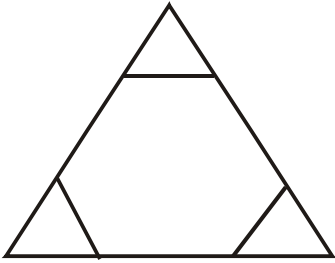
दी गई आकृति में ABC एक समकोण त्रिभुज है, $AB = 6$, $BC = 8$, D अंतःवृत्त का केंद्र है, समबाहु त्रिभुज PQR को अंतःवृत्त के भीतर बनाया गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें?



- (a) $2\sqrt{3}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\sqrt{3}$

Ex.7. If corners of equilateral triangle are cut to form a regular hexagon.

यदि एक समबाहु त्रिभुज के कोने एक समषट्भुज बनाने के लिए काट दिए जायें।



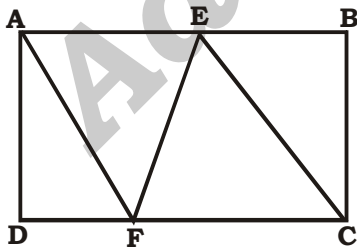
Ex.8. Find the area of the hexagon formed after cutting the corners of the sides of an equilateral triangle of side 9 cm:

9 सेमी भुजा के एक समबाहु त्रिभुज की भुजाओं को किनारे से काटने पर बने षट्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये?

- (a) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$
 (b) $\frac{29\sqrt{3}}{2}$
 (c) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$
 (d) $\frac{20\sqrt{3}}{2}$

Ex.9. In the figure above, ABCD is a rectangle and triangle AFE and triangle EFC are equilateral triangles. If the area of triangle BEC is $8\sqrt{3}$ cm², what is the area of the complete rectangle?

दिए गए चित्र में, ABCD एक आयत और त्रिभुज AFE और त्रिभुज EFC समबाहु त्रिभुज हैं। यदि त्रिभुज BEC का क्षेत्रफल $8\sqrt{3}$ वर्ग सेमी है तो संपूर्ण आयत का क्षेत्रफल क्या है?

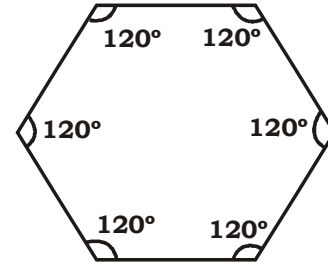


- (a) $12\sqrt{3}$
 (b) 36
 (c) $48\sqrt{3}$
 (d) None of these

Regular Hexagon

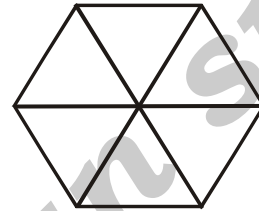
- 6 sided regular polygon is called as Regular Hexagon.

6 भुजाओं वाले समबहुभुज को समषट्भुज कहते हैं।



- Regular Hexagon is made up of 6 equilateral Δ .

समषट्भुज 6 समबाहु त्रिभुजों से बनता है।



- Area and Perimeter of Regular Hexagon

समषट्भुज का क्षेत्रफल एवं परिमाप

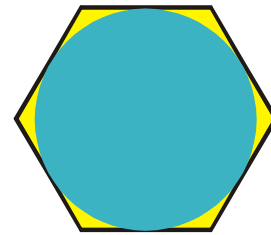
If side of Regular Hexagon is 'S'

Perimeter of Regular Hexagon = $6S$

Area of Regular Hexagon = $\frac{3\sqrt{3}}{2} S^2$

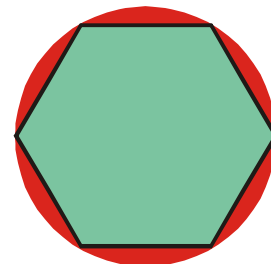
- Inradius of Regular Hexagon = $\frac{\sqrt{3}}{2} S$

समषट्भुज की अंतःत्रिज्या



- Circumdius of Regular Hexagon = S

समषट्भुज की परित्रिज्या

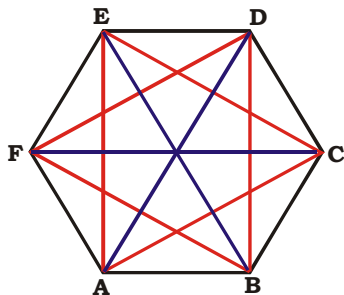


- Number of Diagonals in Regular Hexagon

समषट्भुज में विकर्णों की संख्या = 9

• **Shorter & Longer Diagonals of Regular Hexagon**

समषट्भुज के छोटे एवं बड़े विकर्णों की संख्या

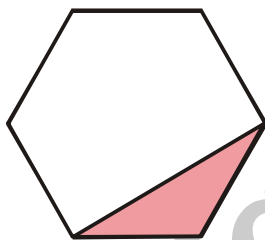


Shorter Diagonal – AC, BD, CE, DF, EA, FB

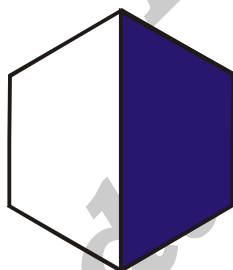
Longer Diagonal – AD, BE, CF

- Length of shorter Diagonals of Regular Hexagon/समषट्भुज के छोटे विकर्ण की लंबाई = $\sqrt{3}S$
- Length of longer Diagonals of Regular Hexagon/समषट्भुज के बड़े विकर्ण की लंबाई = $2S$

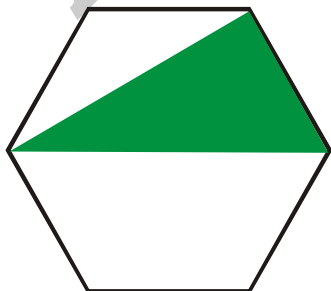
Ex.1. $\frac{\text{Area of Shaded Region}}{\text{Area of Regular Hexagon}} = ?$



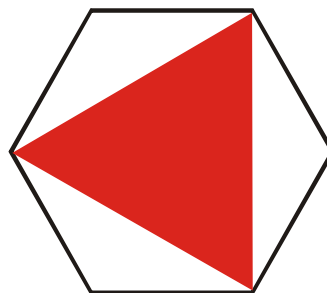
Ex.2. $\frac{\text{Area of Shaded Region}}{\text{Area of Regular Hexagon}} = ?$



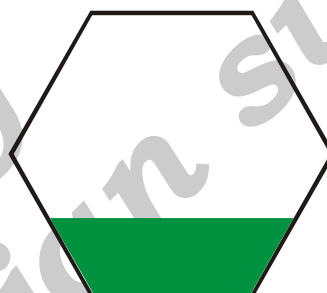
Ex.3. $\frac{\text{Area of Shaded Region}}{\text{Area of Regular Hexagon}} = ?$



Ex.4. $\frac{\text{Area of Shaded Region}}{\text{Area of Regular Hexagon}} = ?$

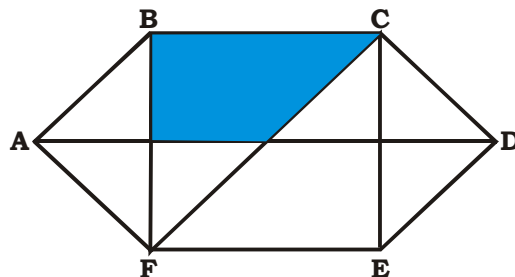


Ex.5. $\frac{\text{Area of Shaded Region}}{\text{Area of Regular Hexagon}} = ?$



Ex.6. In the given figure, ABCDEF is a regular hexagon whose side is 12 cm. What is the shaded area (in cm^2)?

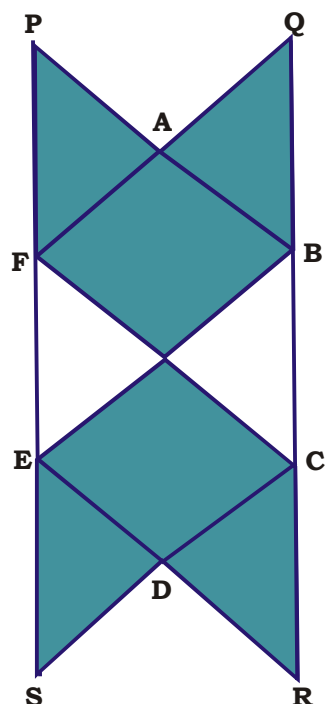
दिए गए चित्र में, ABCDEF एक समषट्भुज है जिसकी भुजा 12 सेमी है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल (सेमी² में) ज्ञात करें।



- (a) $54\sqrt{3}$ (b) $36\sqrt{3}$
(c) $48\sqrt{3}$ (d) $52\sqrt{3}$

Ex.7. In the given figure, ABCDEF is a regular hexagon whose side is 6 cm. APQ, QAB, CDR and DES are equilateral triangles. What is the shaded area (in cm^2)?

दिए गए चित्र में, ABCDEF एक समषट्भुज है जिसकी भुजा 6 सेमी है। APF, QAB, DCR तथा DES समबाहु त्रिभुज है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल (सेमी² में) ज्ञात करें।

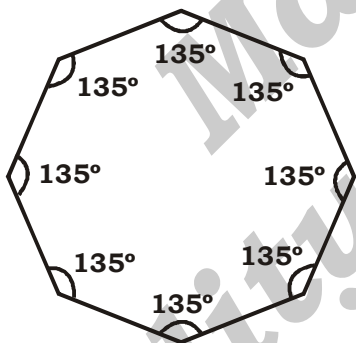


- (a) $24\sqrt{3}$ (b) $18\sqrt{3}$
(c) $72\sqrt{3}$ (d) $36\sqrt{3}$

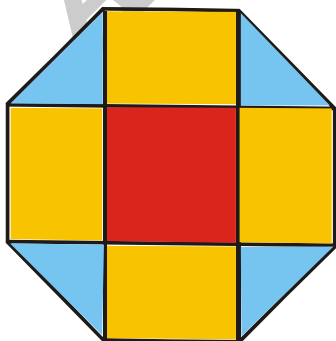
Regular Octagon

- 8 sided regular polygon is called as Regular Octagon.

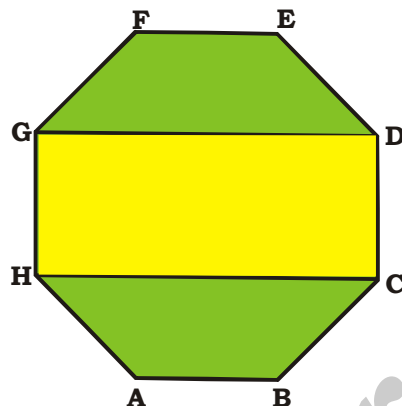
8 भुजाओं वाले समबहुभुज को समअष्टभुज कहते हैं।



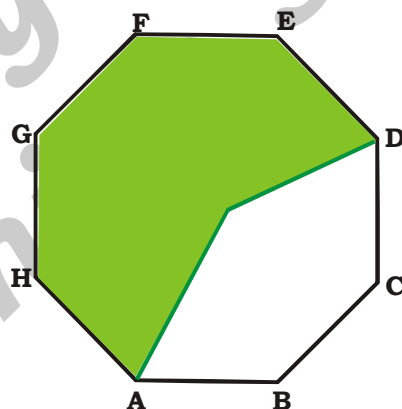
- Regular Hexagon is made up of 8 isosceles Δ .
समषट्भुज 8 समद्विबाहु त्रिभुजों से बनता है।



Ex.1. $\frac{\text{Area of Shaded Region}}{\text{Area of Regular Octagon}} = ?$

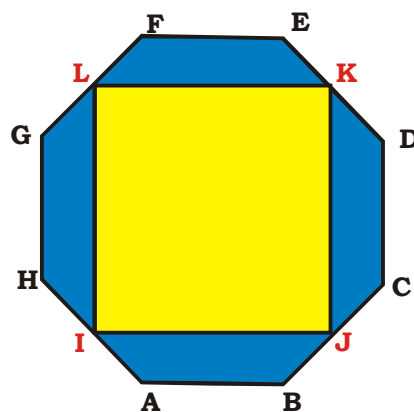


Ex.2. $\frac{\text{Area of Shaded Region}}{\text{Area of Regular Octagon}} = ?$



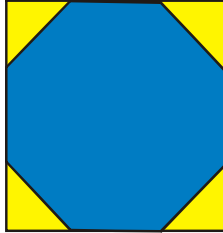
Ex.3. In the given fig., A square IJKL is inscribes a regular octagon. If the diagonal of the square is 20 cm, what is the area of shaded region?

दिए गए चित्र में, एक वर्ग IJKL को एक अष्टभुज के अंतर्गत बनाया गया है। यदि वर्ग के विकर्ण की लम्बाई 20 सेमी हो तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।



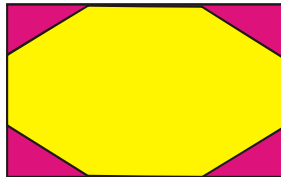
Ex.4. If the corners of a square of side 10 cm are cut to form a REGULAR OCTAGON. Find the side of the REGULAR OCTAGON.

यदि 10 सेमी भुजा वाले एक वर्ग के कोने एक समअष्टभुज बनाने के लिए काट दिए जाते हैं। समअष्टभुज की भुजा ज्ञात करें।



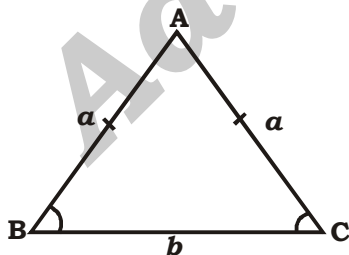
Ex.5. If corners of a rectangle of sides 6 & 8 cm, are cut to form a OCTAGON (whose all sides are equal). Find the side of the OCTAGON.

यदि 6 और 8 सेमी भुजा वाले एक आयत के कोने एक अष्टभुज (जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हैं) बनाने के लिए काट दिए जाते हैं, अष्टभुज की भुजा ज्ञात करें।



Isosceles Triangle

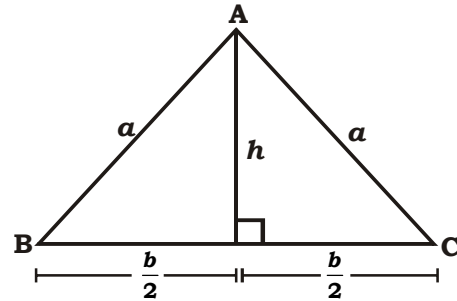
- If exactly two sides of a triangle are equal, then the triangle is called an isosceles triangle.
यदि किसी त्रिभुज की दो भुजाएँ बराबर हो, तो त्रिभुज समद्विबाहु कहलाता है।
- If ABC be an isosceles triangle such that $AB = AC = a$ and $BC = b$ then,
यदि ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज इस प्रकार हो कि $AB = AC = a$ और $BC = b$ है, तो



- (i) $AB = AC = a$
- (ii) $\angle B = \angle C$
- (iii) Perimeter = $2a + b$
- (iv) Area = $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$

(v) If AD be a perpendicular on the unequal side, then AD divides $\triangle ABC$ in two congruent right-angled triangle.

यदि AD असमान भुजा पर लंब हो तो AD त्रिभुज ABC को दो समकोण सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करती है।



(a) $BD = DC = \frac{b}{2}$

(b) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

Ex.1. If for an isosceles triangle the length of each equal side is 'a' units and that of the third side is 'b' units, then its area will be:

यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज की प्रत्येक समान भुजा की लम्बाई 'a' इकाई है और तीसरी भुजा की लम्बाई 'b' इकाई है, तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) $\frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$ sq. units

(b) $\frac{a}{2} \sqrt{2a^2 - b^2}$ sq. units

(c) $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$ sq. units

(d) $\frac{b}{2} \sqrt{a^2 - 2b^2}$ sq. units

Ex.2. Find the area of an isosceles triangle whose sides are 8 cm, 5 cm and 5 cm.

समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये जिसकी भुजाएँ की लम्बाई क्रमशः 8 सेमी, 5 सेमी और 5 सेमी है।

- (a) 12 cm²
- (b) 15 cm²
- (c) 18 cm²
- (d) 20 cm²

Ex.3. The Altitude drawn to the base of an isosceles is $\sqrt{95}$ cm and the perimeter is 38 cm. Find the area of the isosceles triangle.

एक समद्विबाहु के आधार पर डाला जाने वाला लम्ब $\sqrt{95}$ सेमी है और इसका परिमाप 38 सेमी है। समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- (a) $6\sqrt{95}$ cm²
- (b) $12\sqrt{95}$ cm²
- (c) $14\sqrt{95}$ cm²
- (d) $7\sqrt{95}$ cm²

Ex.4. ABC is an isosceles right triangle and AC is its hypotenuse. The area of the square drawn on hypotenuse as side is 128 cm^2 . What is the sum of areas of equilateral triangles drawn on AB and BC as sides?

ABC एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है और AC इसका विकर्ण है। विकर्ण को भुजा मानकर इस पर बनाए गए वर्ग का क्षेत्रफल 128 वर्ग सें.मी. है। AB और BC भुजाओं पर बनाए गए समबाहु त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का योग क्या है?

- (a) $32\sqrt{2} \text{ cm}^2$ (b) $32\sqrt{3} \text{ cm}^2$
(c) 32 cm^2 (d) 64 cm^2

Ex.5. If the perimeter of an isosceles right triangle is $(16\sqrt{2} + 16) \text{ cm}$, then the area of the triangle is:

यदि एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज का परिमाप $(16\sqrt{2} + 16)$ सेमी है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

- (a) $32\sqrt{2} \text{ cm}^2$ (b) $32\sqrt{3} \text{ cm}^2$
(c) 32 cm^2 (d) 64 cm^2

Ex.6. The ratio of length of each equal side and the third side of an isosceles triangle is $3 : 4$. If the area of the triangle is $18\sqrt{5}$ square units, the third side is:

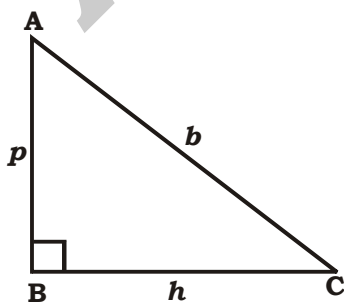
किसी समद्विबाहु त्रिभुज की बराबर भुजा में से एक तथा असमान भुजा का अनुपात $3 : 4$ है छ यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल $18\sqrt{5}$ वर्ग इकाई हो, तब तीसरी भुजा ज्ञात करें

- (a) 16 units (b) $5\sqrt{10}$ units
(c) $8\sqrt{2}$ units (d) 12 units

Right-Angled Triangle

- The triangle in which one of the angle is right angle. If ABC be a right-angled triangle which is right-angled at B, then $AB = p$, $BC = b$ and $AC = h$.

ऐसा त्रिभुज जिसका एक कोण समकोण हो, ABC एक समकोण त्रिभुज है, जो B पर समकोण है, तो $AB = p$, $BC = b$ और $AC = h$ है।



(i) $AB^2 + BC^2 = AC^2$
or, $p^2 + b^2 = h^2$
 $\Rightarrow p = \sqrt{h^2 - b^2}$, $b = \sqrt{h^2 - p^2}$ and
 $h = \sqrt{p^2 + b^2}$

Note :

(i) Use pythagorean triplets

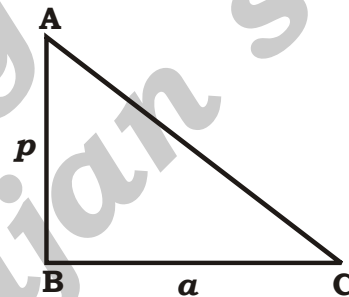
(ii) Perimeter = $p + b + h$

(iii) Area of the triangle = $\frac{1}{2} \times p \times b$

(iv) Inradius (r) = $\frac{p + b - h}{2}$

$$\left[= \frac{\text{Perimeter} + \text{Base} - \text{Hypotenuse}}{2} \right]$$

(v) Circumradius (R) = $\frac{h}{2} \left[= \frac{\text{Hypotenuse}}{2} \right]$



(vi) If triangle is isosceles right angle, then two sides will be equal and hypotenuse

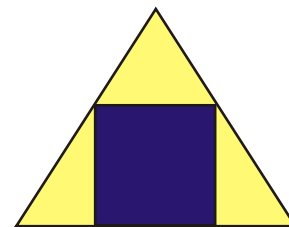
यदि त्रिभुज समद्विबाहु समकोण हो, तो दो भुजाएँ बराबर होंगी और कर्ण = $\sqrt{2} \times \text{equal side}$

Area of Largest Square inside a Triangle

- Side of Largest Square inside a Triangle whose base is 'B' and height is 'H'

किसी त्रिभुज के अंदर सबसे बड़े वर्ग की भुजा, जिसका

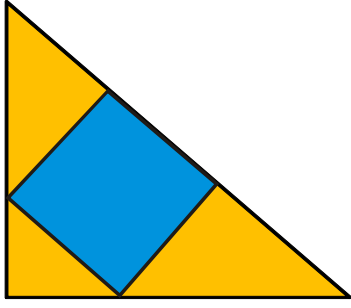
आधार B और ऊँचाई H हो = $\frac{B \times H}{B + H}$



- Side of Largest square inside a right angled triangle whose sides are : b, p, h Where, h is hypotenuse of the triangle

समकोण त्रिभुज के अंदर सबसे बड़े वर्ग की भुजा, जिसकी भुजाएँ b, p, h हों, जहाँ h त्रिभुज का कर्ण है

$$= \frac{b.p.h}{b^2 + p^2 + bp}$$



Ex.1. In a right angled triangle ABC, AB = 12 cm and AC = 15 cm. A square is inscribed in a triangle. One of the vertices of square coincides with vertex of triangle. What is the maximum possible area (in cm^2) of the square?

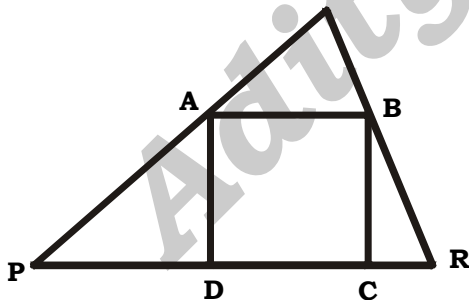
एक समकोण त्रिभुज ABC में AB = 12 सेमी तथा AC = 15 सेमी है। त्रिभुज के भीतर एक वर्ग बना हुआ है। वर्ग के शीर्षों में से एक त्रिभुज के शीर्ष से स्पर्श करता है। वर्ग का अधिकतम संभव क्षेत्रफल (सेमी² में) क्या है?

Ex.2. An equilateral triangle of side 12 cm is drawn. What is the area (in cm^2) of the largest square which can be drawn inside it?

12 सेमी भुजा वाला एक समबाहु त्रिभुज बनाया गया। इसमें बनाये जा सकने वाले सबसे बड़े वर्ग का क्षेत्रफल (सेमी² में) क्या है?

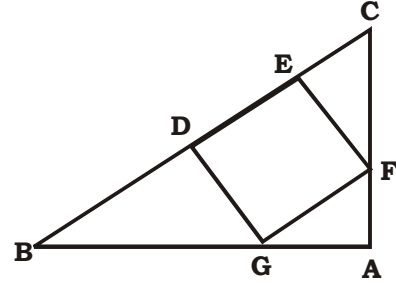
Ex.3. A square ABCD is constructed inside a triangle PQR of sides PR=13 cm, PQ=20 cm and QR = 21 cm. Find the side of square ABCD.

एक त्रिभुज PQR, जिसकी भुजाएं PR = 13 सेमी, PQ = 20 सेमी और QR = 21 सेमी है, के अन्दर एक वर्ग ABCD बनाया गया है। वर्ग ABCD की भुजा ज्ञात कीजिये।



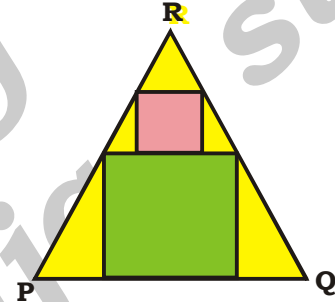
Ex.4. In the given figure, DEFG is a square and $\angle BAC = 90^\circ$. If BD = 16 cm and EC = 9 cm, then find DE.

दी गयी आकृति में DEFG एक वर्ग और $\angle BAC = 90^\circ$ है। यदि BD = 16 सेमी और EC = 9 सेमी है तो DE ज्ञात करें।



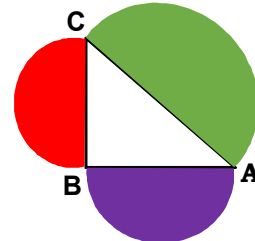
Ex.5. There are two square S_1 and S_2 inscribed in a triangle whose sides are PQ = 21 cm, PR = 13 cm and RQ = 20 cm as shown in the figure. Find the side of smaller square.

किसी त्रिभुज के अंदर दो वर्ग S_1 तथा S_2 बने हुए हैं जिसकी भुजाएँ PQ = 21 सेमी, PR = 13 सेमी और RQ = 20 सेमी है। छोटे वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।



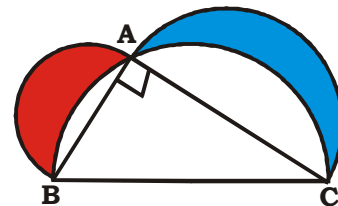
Ex.6. Find the area of shaded region.

छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



Ex.7. In the given figure, 3 semicircles are drawn on three sides of triangle ABC. AB = 21 cm, AC = 28 cm and BC = 35 cm. What is the area (in cm^2) of the shaded part?

दी गयी आकृति में, त्रिभुज ABC की तीनों भुजाओं पर 3 अर्द्धवृत्त बनाये गए हैं। AB = 21 cm, AC = 28 cm तथा BC = 35 cm है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल (सेमी² में) क्या है?



(a) 588

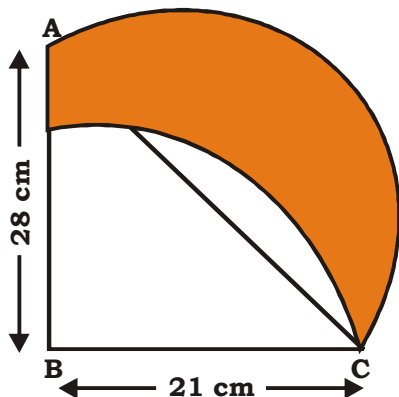
(b) 324

(c) 294

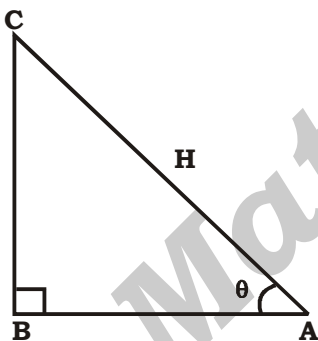
(d) 286

Ex.8. In the fig., ABC is a right-angled triangle, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 28$ cm and $BC = 21$ cm. With AC as diameter, a semi-circle is drawn and with BC as radius a quarter circle is drawn. Find the area of the shaded region.

चित्र में, ABC एक समकोण त्रिभुज है, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 28$ सेमी और $BC = 21$ सेमी है। AC को व्यास मानते हुए एक अर्धवृत्त खींचा गया है और BC को त्रिज्या मानते हुए एक चतुर्थांश वृत्त खींचा गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



नोट :



$$\text{Area of right angle triangle} = \frac{H^2}{4} \sin 2\theta$$

Where, H \rightarrow Hypotenuse (कर्ण) and, $\Delta \rightarrow$ one of the acute angle of right angle triangle.

समकोण त्रिभुज का कोई एक न्यूनकोण है।

Ex.9. One of the angles of a right-angled triangle is 15° and the hypotenuse is 1 m. The area of the triangle (in sq. cm.) is

समकोण त्रिभुज के कोणों में से एक कोण 15° तथा त्रिभुज का कर्ण 1 मी है। क्षेत्रफल कितना होगा (सेमी² में)

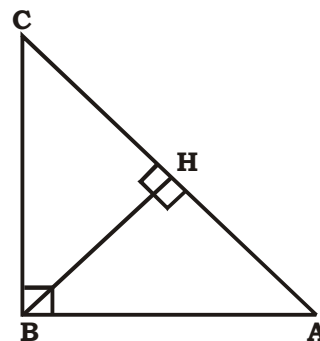
- (a) 1220 (b) 1250
(c) 1200 (d) 1215

Ex.10. If hypotenuse of a right angle D is 10 cm. What can be its maximum area?

यदि किसी समकोण त्रिभुज का कर्ण 10 सेमी है, तो उसका अधिकतम क्षेत्रफल क्या हो सकता है?

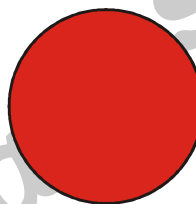
Ex.11. If $AC = 12$ cm, $BD = 8$ cm Find the area of triangle.

यदि $AC = 12$ सेमी, $BD = 8$ सेमी है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



Circle (वृत्त)

Basics of Circle (वृत्त के मूलभूत सिद्धांत)



- Area of Circle (वृत्त का क्षेत्रफल) $= \pi r^2$
- Circumference of Circle (वृत्त की परिधि) $= 2\pi r$
- Area of Semi-circle (वृत्त का क्षेत्रफल) $= \frac{\pi r^2}{2}$
- Circumference of Semi-circle (वृत्त की परिधि) $= \pi r + 2r$



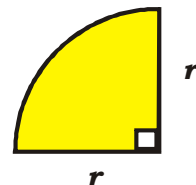
Ex.1. If circumference of a semi-circle is 72 cm, then find its area.

यदि एक अर्धवृत्त की परिधि 72 सेमी है, तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात करें।

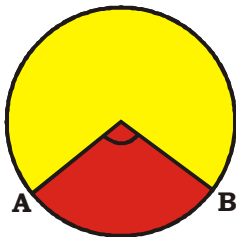
- Area of quadrant of circle
- Circumference of quadrant of circle

$$\text{वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} \pi r^2$$

$$\text{वृत्त के चतुर्थांश का परिधि} = \frac{\pi r}{2} + 2r$$



Sector of a circle (वृत्त का त्रिज्यखंड)



- Area of sector/त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$

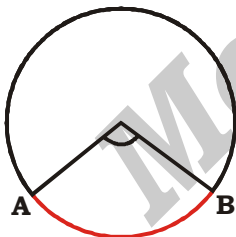
Ex.2. The area of a sector of a circle with central angle 60° is A. The circumference of the circle is C. Then A is equal to:

केंद्रीय कोण 60° वाले एक वृत्त के वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल A है। वृत्त की परिधि C है, तो A निम्न में से किसके बराबर होगा?

- (a) $\frac{c^2}{6\pi}$ (b) $\frac{c^2}{18\pi}$
(c) $\frac{c^2}{24\pi}$ (d) $\frac{c^2}{4\pi}$

- Length of the Arc AB (l) = $\frac{2\pi r \theta}{360^\circ}$

चाप AB की लंबाई



Ex.3. A road construction company is making road between Jaipur and Ajmer. At one place, it has to turn the road at 55° in the distance of 121 m. If the company wants to turn the road in circle pattern, what radius should be used?

एक सड़क निर्माता कंपनी जयपुर और अजमेर के बीच एक सड़क बना रही है। एक जगह पर, सड़क को 121 मीटर की दूरी पर 55° मोड़ना होगा। यदि कंपनी इस सड़क को वृत्तीय स्वरूप में बदलना चाहती है, तो इसमें प्रयोग की गई त्रिज्या कितनी होनी चाहिए?

- (a) 242 m (b) 252 m
(c) 121 m (d) 126 m

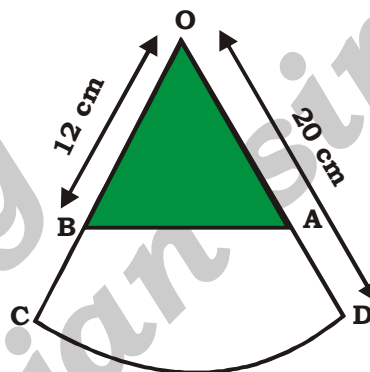
Ex.4. A minor arc AB formed an angle of 75° at the center of a circle. If the area of major sector of the circle is 43.89 cm^2 , then what area of major sector we will have to cut to make it a semi-circle?

एक लघु चाप AB एक वृत्त के केंद्र में 75° का कोण बनाती है। यदि वृत्त के दीर्घ वृत्तखंड का क्षेत्रफल 43.89 वर्ग सेमी है, तो इसे अर्द्धवृत्त बनाने के लिए हमें दीर्घ वृत्तखंड के कितने क्षेत्रफल को काटना चाहिए?

- (a) 11.55 cm^2 (b) 16.17 cm^2
(c) 13.73 cm^2 (d) None of these

Ex.5. In the given figure OAB is an equilateral triangle and OCD is a sector. What percent of area of sector OCD is the area of ABCD?

दी गई आकृति में OAB एक समबाहु त्रिभुज है और OCD एक वृत्त-खंड है। वृत्त-खंड OCD का क्षेत्रफल ABCD के क्षेत्रफल का कितना प्रतिशत है?



- (a) $\left(100 - \frac{54\sqrt{3}}{\pi}\right)\%$
(b) $\left(200 - \frac{150\sqrt{3}}{\pi}\right)\%$
(c) $(100 - \pi)\%$
(d) $\frac{150\sqrt{3}}{\pi}\%$

- Area of Sector/त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}lr$

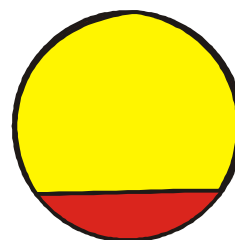
Ex.6. If length of the arc = 6 cm and radius of circle = 5 cm. Find area of sector of a circle.

यदि चाप की लम्बाई = 6 सेमी और त्रिज्या = 5 सेमी हो। वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

Segment of a Circle (वृत्तखंड)

- Chord of a circle divides a circle in 2 segments.

वृत्त की जीवा किसी वृत्त को दो वृत्तखंडों में बाँटती है।



Area of segment (त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल)

- Area of sector = Area of ΔAOB

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = त्रिभुज AOB का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

Ex.7. Find the area of the segment of a circle, given that the angle of the sector is 120° and the radius of the circle is 21 cm. (Take $\pi = 22/7$)

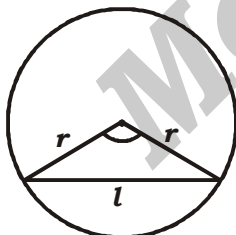
एक वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात करें, दिया गया है कि वृत्तखंड का कोण 120° और वृत्त की त्रिज्या 21 सेमी है। (π का मान = $22/7$ लें)

Ex.8. Two identical circles each of radius 2 cm intersect each other such that the circumference of each one passes through the centre of the other. What is the area (in cm^2) of the intersecting region?

दो समरूप वृत्तों की त्रिज्या 2 सेमी है जो एक दूसरे को इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि उनकी परिधि एक दूसरे के केंद्र से होकर गुजरती है। प्रतिच्छेदित क्षेत्र का क्षेत्रफल (सेमी² में) क्या होगा?

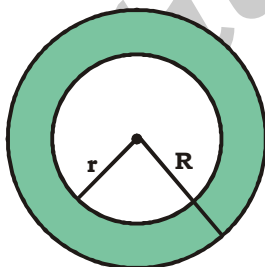
- (a) $\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ (b) $\frac{8\pi}{3} - \sqrt{3}$
(c) $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ (d) $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

- Length of chord of a circle/ (वृत्त की जीवा की लंबाई)



- Area enclosed by two concentric circle

(दो संकेन्द्रीय वृत्तों द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल)



If R and r are radii of two concentric circles, then

यदि R और r दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ हैं, तो

Area enclosed by two circle = $\pi R^2 - \pi r^2$

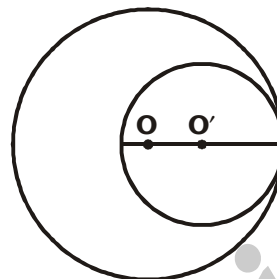
दो वृत्तों द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल = $\pi(R^2 - r^2)$

$$= \pi(R + r)(R - r)$$

Some Useful Results (कुछ उपयोगी परिणाम)

- (i) If two circles touch internally, then the distance between their centres is equal to the difference of their radii.

यदि दो वृत्त आंतरिक रूप से स्पर्श करें, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के अंतर के बराबर होती है।



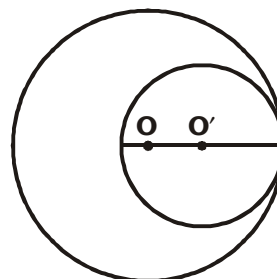
Radius of bigger circle/दीर्घ वृत्त की त्रिज्या = R

Radius of smaller circle/लघु वृत्त की त्रिज्या = r

$$OO' = R - r$$

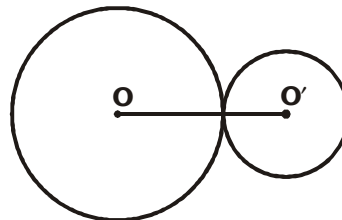
- Ex.9.** Two circles touch each other internally, if the sum of the areas of two circles is $116\pi \text{ cm}^2$ and the distance between their centres is 6 cm. Find the radius of both the circles.

दो वृत्त अन्तः स्पर्श करते हैं यदि इनके क्षेत्रफलों का योगफल 116π वर्ग सेमी तथा इनके केन्द्रों के बीच की दूरी 6 सेमी है तो इनकी त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिये



- (ii) If two circles touch externally, then the distance between their centres is equal to the sum of their radii.

यदि दो वृत्त बाह्य रूप से स्पर्श करें, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के योग के बराबर होती है।



Radius of bigger circle/दीर्घ वृत्त की त्रिज्या = R

Radius of smaller circle/लघु वृत्त की त्रिज्या = r

$$OO' = R + r$$

Ex.10. Two circles touch externally. The sum of their areas is 130π sq. cm and the distance between their centres is 14 cm. Find the radii of the circles.

दो वृत्त बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं। उनके क्षेत्रफलों का ; 130π वर्ग सेमी है और उनके केन्द्रों के बीच की दूरी 14 सेमी है। वृत्तों की त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिये।

(iii) Distance moved by a rotating wheel in one revolution is equal to the circumference of the wheel.

एक घूमते हुए पहिये द्वारा एक चक्कर में तय की गयी दूरी वृत्त की परिधि के बराबर है।

(iv) The number of revolutions completed by a rotating wheel in one minute

एक घूमते हुए पहिये द्वारा एक मिनट में पूरे किये गये चक्करों की संख्या

Distance moved in one minute

Circumference

Ex.11. A car has wheels which are 80 cm in diameter. How many complete revolutions does each wheel make in 10 min. when the car is travelling at a speed of 66 km per hour?

एक कार के पहियों का व्यास 80 सेमी है। प्रत्येक पहिया 10 मिनट में कितने पूर्ण चक्कर लगाता है, जब कार 66 किमी प्रति घंटे की चाल से चल रही है।

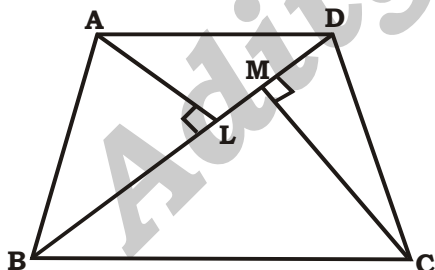
Quadrilateral

• A plane figure bounded by four lines is called a quadrilateral.

चार रेखाओं से घिरे बंद समतल आकृति को चतुर्भुज कहते हैं।

General Properties of a quadrilateral

• Let ABCD is a quadrilateral, then
यदि ABCD एक चतुर्भुज हो, तो



(i) Perimeter = $AB + BC + CD + DA$

(ii) Area = $\frac{1}{2} \times BD \times (AL + CM)$
 $= \frac{1}{2} \times \text{One diagonal} \times (\text{Sum of the perpendiculars drawn from other vertices to that diagonal})$

$= \frac{1}{2} \times \text{एक विकर्ण} \times (\text{दूसरे शीर्षों से इस विकर्ण पर डाले गए लम्बों का योगफल})$

(iii) Area of the quadrilateral formed by joining the mid-points of the adjacent sides will be the half of the original quadrilateral.

चतुर्भुज की संगत भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से बनने वाले चतुर्भुज का क्षेत्रफल मूल चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।

Ex.1. In a quadrilateral ABCD, AC = 12 cm. If length of the perpendiculars drawn from B and D to line AC are 5 cm and 7 cm, the area of the quadrilateral ABCD is :

किसी चतुर्भुज ABCD में, AC = 12 सेमी है। यदि B तथा D से विकर्ण AC पर डाले गए लम्बों की लंबाइयाँ 5 सेमी और 7 सेमी हो, तो चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल है :

- (a) 60 cm^2 (b) 72 cm^2
 (c) 144 cm^2 (d) 90 cm^2

Ex.2. Find the area of the quadrilateral formed by joining the mid-points of the sides of the quadrilateral of area 160 cm^2 .

160 वर्ग सेमी क्षेत्रफल के किसी चतुर्भुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से बनी चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

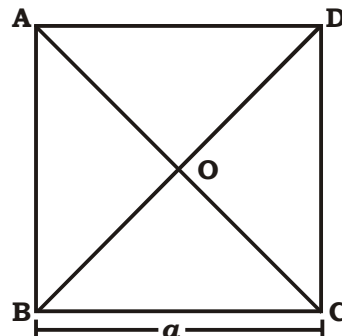
- (a) 60 cm^2 (b) 80 cm^2
 (c) 72 cm^2 (d) 100 cm^2

Square

• A quadrilateral in which all sides are equal and each angle is 90° , the quadrilateral is called a square.

ऐसा चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हों और प्रत्येक कोण 90° हो, वर्ग कहलाता है।

• Let ABCD is a square of side a , then



(i) $AB = BC = CD = AD = a$

(ii) The diagonals are equal in length and bisect each other.

विकर्ण लंबाई में बराबर और एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

(a) $AC = BD = \sqrt{2}a$

(b) $AO = OC = OB = OD = \frac{a}{\sqrt{2}}$

(iii) Perimeter = $4 \times \text{Side} = 4a$

(iv) Area = $(\text{Side})^2 = a^2$

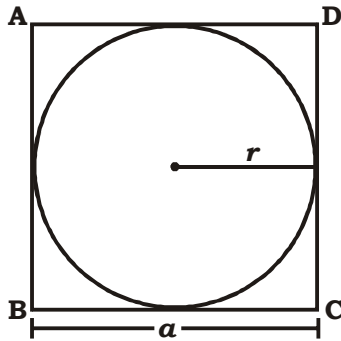
(v) Area of $\triangle AOB$ = Area of $\triangle BOC$
= Area of $\triangle COD$

= Area of $\triangle DOA = \frac{a^2}{4}$

(vi) (a) A circle of radius r is inscribed in the square, then radius

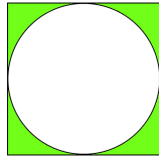
वर्ग के अंदर r त्रिज्या का कोई वृत्त बना हो, तो

$$r = \frac{\text{Side}}{2}$$



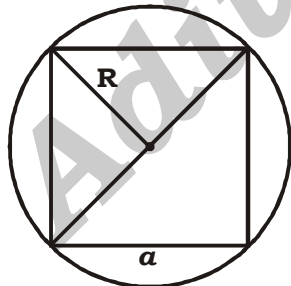
Ex. If side of square is 14 cm, find the shaded area.

यदि वर्ग की भुजा 14 सेमी है, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



(b) A circle of radius R circumscribed the square, then

R त्रिज्या का कोई वृत्त वर्ग के परितः बना हो, तो



Diameter = Diagonal

$$\Rightarrow 2R = \sqrt{2}a$$

$$\Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

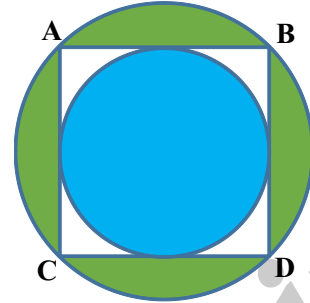
$$\therefore \text{Radius} = \frac{\text{Side}}{\sqrt{2}}$$

2. If side of square = a

Radius of incircle (r) = $\frac{a}{2}$

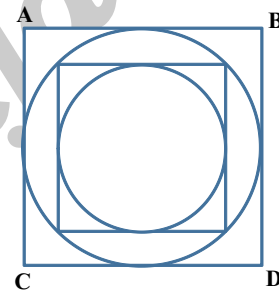
Radius of circumcircle (R) = $\frac{a}{\sqrt{2}}$

$$\frac{r}{R} = \frac{r}{\sqrt{2}}$$



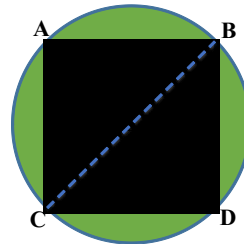
3. As we have discussed in previous slide for circles, now we can generalise for square also.

$$\frac{\text{Side of smaller square}}{\text{Side of bigger square}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



4. (i) Find the area of the largest square that can be drawn inside a circle of radius R .

उस सबसे बड़े वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसे R त्रिज्या के वृत्त के अन्दर बनाया जा सकता है।



(vii) If one of the diagonal or the perimeter become x times then the area will become x^2 times or increases by $(x^2 - 1)$ times.

यदि एक विकर्ण या परिमाप x गुना हो जाए तो क्षेत्रफल x^2 गुना हो जाता है या $(x^2 - 1)$ गुना बढ़ जाता है।

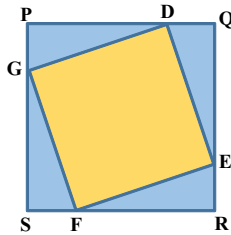
(ix) For two squares/दो वर्गों के लिए

(a) Ratio of sides = Ratio of diagonal
= Ratio of perimeter

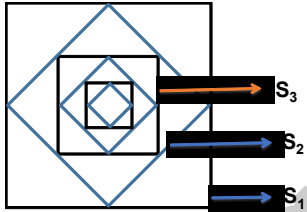
(b) Ratio of area = (Ratio of sides)²
 = (Ratio of diagonal)²
 = (Ratio of perimeter)²

1. PQRS is a square. There is another square DEFG drawn inside PQRS as shown in the figure. If QD = 2 cm and Square PQRS has area 100 cm². Find the area of DEFG.

PQRS एक वर्ग है। एक अन्य वर्ग DEFG भी वर्ग PQRS के अंदर चित्रानुसार बनाया गया है। यदि QD = 2 सेमी और वर्ग PQRS का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी हो, तो DEFG का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



2. If side of S₁ = 20 cm. Find:



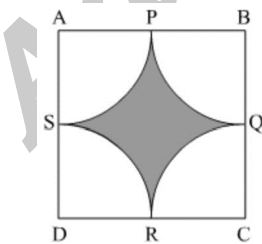
(i) $\frac{\text{Area of } S_6}{\text{Area of } S_3}$

(ii) $\frac{\text{Perimeter of } S_{18}}{\text{Perimeter of } S_{25}}$

(iii) Area of (S₁ + S₂ S_n)

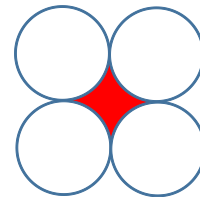
(iv) Perimeter of (S₁ + S₂ S_n)

(vi) $\frac{\text{Shaded Region}}{\text{Complete Figure}} =$

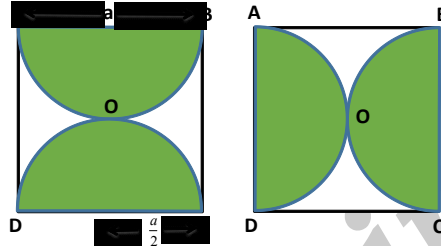


- (vii) If radius of all the circles is 14 cm, find the area of the shaded region

यदि सभी वृत्तों की त्रिज्याएँ 14 सेमी है तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

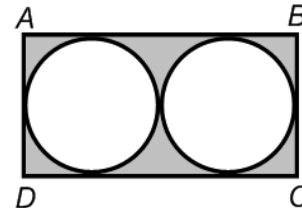


(viii) $\frac{\text{Shaded Region}}{\text{Complete Figure}} =$



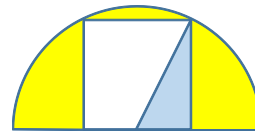
1. The perimeter of rectangle ABCD is 84 cm. Two congruent circles are drawn inside the rectangle in such a way that the length and the breadth of rectangle are tangents to the circle. Find the area of shaded region. (Take $\pi = 22/7$)

आयत ABCD का परिमाण 84 सेमी है। आयत के अंदर दो सर्वांगसम वृत्त इस प्रकार बनाये गए हैं कि आयत की लंबाई तथा चौड़ाई वृत्त पर स्पर्श रेखा हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



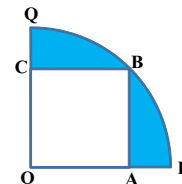
- (ii) Find the area of the largest square that can be drawn inside a semi-circle of radius R.

उस सबसे बड़े वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसे R त्रिज्या के अर्ध-वृत्त के अंदर बनाया जा सकता है।



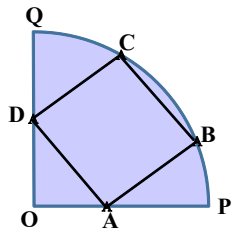
- (iii) Find the area of the largest square that can be drawn inside a quadrant of radius R.

उस सबसे बड़े वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसे R त्रिज्या के चतुर्थ वृत्तखंड में बनाया जा सकता है।



5. A square is drawn inside a quadrant of radius r cm in such a way that 2 of its vertices are on the radii of the quadrant and they are at equal distance from the centre of circle and remaining 2 vertices are on the arc of the quadrant. Find the side of square in term of r .

r त्रिज्या के एक चतुर्थांश वृत्तखंड में एक वर्ग इस प्रकार खींचा जाता है कि इसके 2 शीर्ष चतुर्थांश की परिधि पर हैं और वे वृत्त के केंद्र से समान दूरी पर हैं और शेष दो शीर्ष चतुर्थांश के चाप पर हैं। वर्ग की भुजा r के पदों में ज्ञात कीजिये।

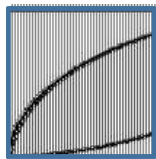


How to Calculate Area of Leaf

Method 1:

- Let side of square be 'a'.

$$\text{Area of leaf} = a^2 - 2 \left(\frac{3}{14} a^2 \right) = \frac{4}{7} a^2$$

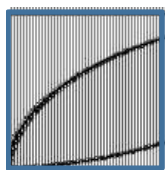


Method 2:

Let side of square be 'a'.

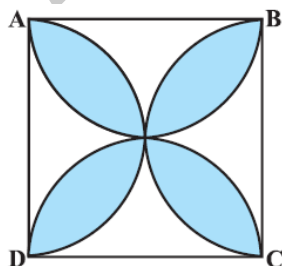
Area of Quadrant = $x + y$

Area of square = $2x + y$



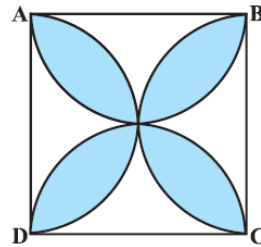
Area of leaf = $2n$ Area of Quadrant - Square

- Ex. Area of shaded region
Area of square

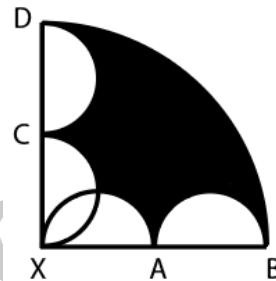


- Ex. ABCD is a square whose side is 14 cm, find the area of the shaded region.

ABCD एक वर्ग है जिसकी भुजा 14 सेमी है, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



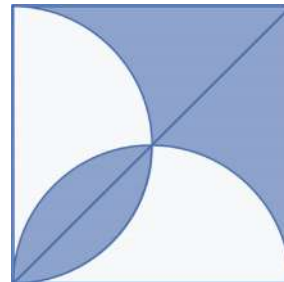
- Ex. XBD is quadrant of a circle where, $XB = 20$ cm, $XA = AB = XC = CD$. Four semi-circles are drawn taking XA , AB , XC and CD as diameter. Find the area of the shaded region.



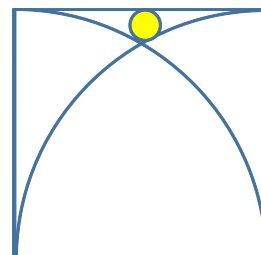
XBD एक वृत्त का चतुर्थांश है, जहां $XB = 20$ सेमी, $XA = AB = XC = CD$, XA , AB , XC और CD को व्यास मानकर चार अर्धवृत्त खींचे गए हैं। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

- Ex. If side of square = 14 cm, find the area of shaded region.

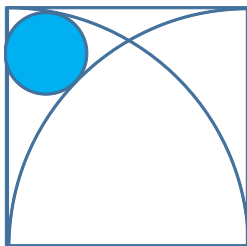
यदि वर्ग की भुजा = 14 सेमी हो, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



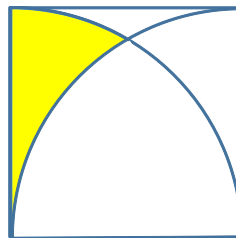
- Ex.1. If side of square = 'a', then find radius of circle.



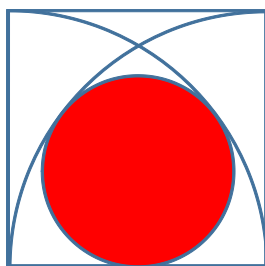
Ex.2. If side of square = 'a', find radius of circle.



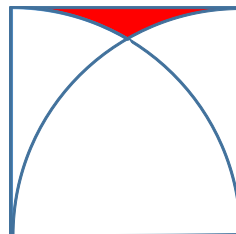
Ex.2. Area of Yellow Region = ?



Ex.3. If side of square = 'a', find radius of circle.



Ex.3. Area of Red Region = ?



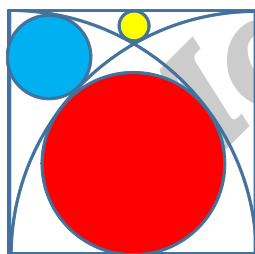
Note :

If side of square = 'a'

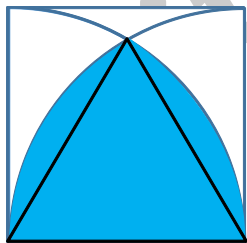
Radius of yellow circle = $\frac{a}{16}$

Radius of Blue circle = $\frac{a}{6}$

Radius of Red circle = $\frac{3a}{8}$

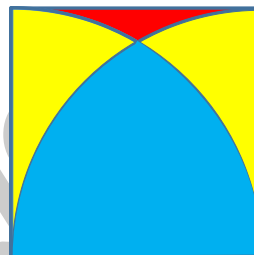


Ex.1. Area of Blue Region = ?



Note :

If side of square is 'a'.



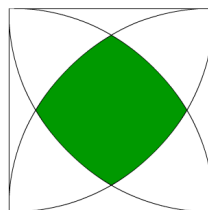
Area of :

$$\text{Blue Region} = \frac{\pi a^2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\text{Yellow Region} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 - \frac{\pi a^2}{12}$$

$$\text{Red Region} = a^2 - \frac{\pi a^2}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

Ex. Area of Green Region = ?



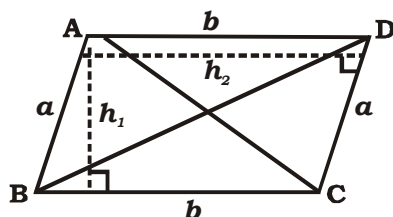
Parallelogram

- When the opposite sides are parallel, the quadrilateral is called a parallelogram.

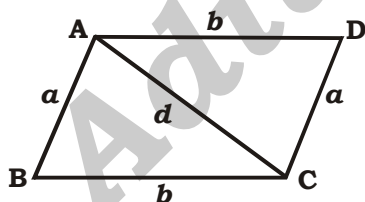
यदि विपरीत भुजा समानांतर हो, तो चतुर्भुज, समांतर चतुर्भुज कहलाता है।

In Parallelogram ABCD, let side AB = a cm and BC = b cm, then

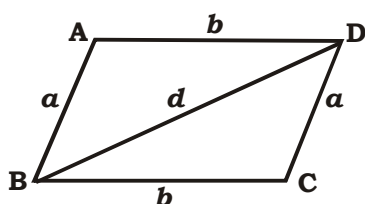
समांतर चतुर्भुज ABCD में, यदि AB = a सेमी और BC = b सेमी है, तो



- $AB = CD$ and $BC = AD$
- Each diagonal AC or BD divides the parallelogram in the congruent triangles.
प्रत्येक विकर्ण AC अथवा BD समांतर चतुर्भुज को सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।
- $AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2$
 $= 2(AB^2 + BC^2)$
 $= 2(a^2 + b^2)$
- Perimeter = $2(a + b)$
- (a) Area = Base \times Height
 $= a(\text{side}) \times (\text{distance between the side and its parallel side})$
 $= a \times h_1 = b \times h_2$
- (b) Area of all triangle of same base and between the parallel lines are the same.
समान आधार और समांतर भुजाओं के मध्य बने प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल समान होता है।
- (c) The length of one diagonal is d .



Then,



Area of parallelogram ABCD

$$= 2 \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-d)}$$

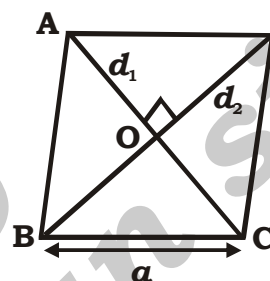
$$\text{where } s = \frac{a+b+d}{2}$$

Rhombus

- If each side of a parallelogram is equal, the parallelogram is called a rhombus.

यदि किसी समांतर चतुर्भुज की प्रत्येक भुजा बराबर हो, तो समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज कहलाता है।

In rhombus ABCD,



Let the side BC = a , AC = d_1 and BD = d_2 , then

- $AB = BC = CD = DA = a$
- Diagonals bisect each other at right angle.
विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेदित करता है।

$$(iii) \text{ Side } = a = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

$$\text{or, } 4a^2 = d_1^2 + d_2^2$$

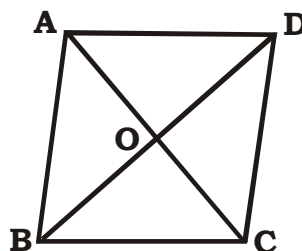
$$(iv) \text{ Perimeter} = 4a$$

$$(v) (a) \text{ Area} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{Multiple of the length of the diagonals}$$

$$(b) \text{ Area} = \text{Base} \times \text{Height}$$

$$\text{Area of } \triangle AOB = \text{Area of } \triangle BOC = \text{Area of } \triangle COD = \text{Area of } \triangle AOD$$



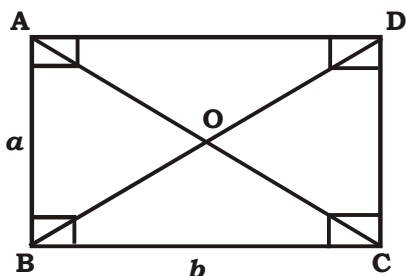
Rectangle

- If each angle of a quadrilateral is 90° and length of the opposite sides are equal, then it is called a rectangle.

यदि किसी चतुर्भुज का प्रत्येक कोण 90° हो और विपरीत भुजाओं की लंबाई बराबर हो तो यह आयत कहलाता है।

- Let ABCD is a rectangle such that $AB = a$ and $BC = b$, then

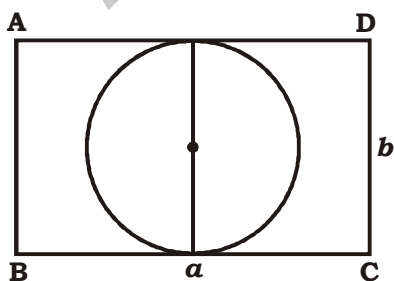
यदि एक आयत ABCD इस प्रकार है कि $AB = a$ और $BC = b$ है, तो



- $AB = CD = a$ and $BC = AD = b$
- The diagonals bisect each other,
 - $AC = BD = \sqrt{a^2 + b^2}$
 - $AO = OC = OB = OD = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$
- Perimeter = $2(\text{length} + \text{breadth})$
 $= 2(a + b)$
- Area = Length \times Breadth = ab
- Area of $\triangle AOB$ = Area of $\triangle BOC$
 $=$ Area of $\triangle COD$
 $=$ Area of $\triangle DOA = \frac{ab}{4}$
- (a) Radius of the maximum possible circle

अधिकतम संभावित वृत्त की त्रिज्या

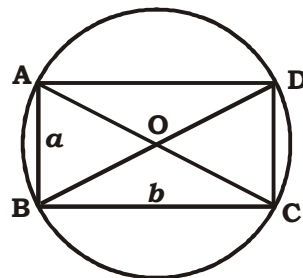
$$= \frac{\text{Breadth}}{2} = \frac{b}{2}$$



- Radius of the circle circumscribed the rectangle ABCD be R , then

आयत ABCD के परितः बने वृत्त की त्रिज्या R हो, तो

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$$



- If the length of the rectangle will become x times and breadth will become y times, the area of the rectangle will become xy times.

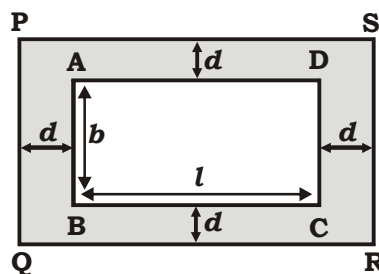
यदि आयत की लंबाई x गुनी और चौड़ाई y गुनी हो जाए, तो आयत का क्षेत्रफल xy गुना हो जाएगा।

- For the rectangle,
Ratio of area = (ratio of length) : (ratio of breadth)

- Path around or in a rectangle/ आयत के परितः अथवा आयत के अंदर पथ

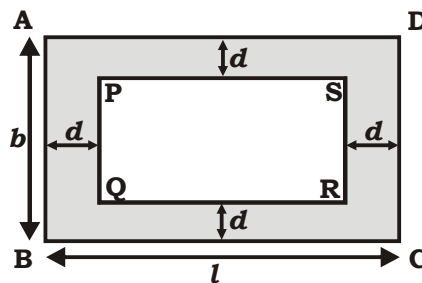
- Area of the path of uniform width d all around outside the rectangle ABCD

आयत ABCD के परितः एक समान चौड़ाई d वाले रास्ते का क्षेत्रफल = $2d(l + b + 2d)$



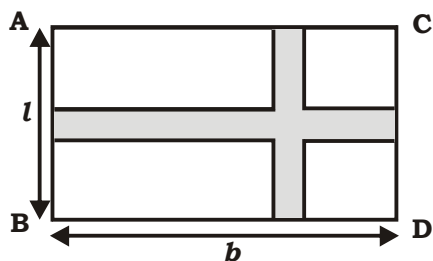
- Area of the path of uniform width ' d ' all around inside the rectangle ABCD

आयत ABCD के अंदर एक समान चौड़ाई d वाले रास्ते का क्षेत्रफल = $2d(l + b - 2d)$



(c) Area of the path of uniform width d along the length and the breadth

लंबाई और चौड़ाई के अनुदिश एकसमान चौड़ाई d के पथ का क्षेत्रफल = $(l + b - d)d$



Ex.1. A street of width 10 metres surrounds from outside a rectangular garden whose measurement is $200\text{m} \times 180\text{m}$. the area of the path (in square metres is)

एक आयताकार बगीचे के बाहर से 10 मीटर चौड़ी एक गली है जिसकी माप 200 मीटर \times 180 मीटर है। पथ का क्षेत्रफल (वर्ग मीटर में है) :

- (a) 8,000 (b) 7,000
(c) 7,500 (d) 8,200

Ex.2. The length and breadth of rectangular field are in the ratio 7 : 4. A path 4 m wide running all around outside has an area of 416 m^2 . The breadth (in m) of the field is :

आयताकार खेत की लंबाई और चौड़ाई का अनुपात 7 : 4 है। 4 मीटर चौड़ा एक पथ जो बाहर चारों ओर बना है, का क्षेत्रफल 416 वर्ग मीटर है। मैदान की चौड़ाई (मीटर में) है :

- (a) 28 (b) 14
(c) 15 (d) 16

Ex.3. A path of uniform width runs round the inside of rectangular field 38m long and 32m wide. If the path occupies 600 m^2 , then the width of the path is :

38 मीटर लंबे और 32 मीटर चौड़े आयताकार मैदान के अंदर एक समान चौड़ाई का पथ बना है। यदि पथ 600 मीटर जगह घेरता है, तो पथ की चौड़ाई है:

- (a) 30 m (b) 5 cm
(c) 18.75 m (d) 10 m

Ex.4. A rectangular area of 6 sq. m is to be painted on a $3\text{m} \times 4\text{m}$ board leaving of uniform width on all sides. What should be the width of the border?

3 मीटर \times 4 मीटर बोर्ड पर सभी तरफ एक समान चौड़ाई छोड़कर 6 वर्ग मीटर के एक आयताकार क्षेत्र को पेंट किया जाना है। बॉर्डर की चौड़ाई कितनी होनी चाहिए?

- (a) 0.25 m (b) 0.5 m
(c) 1 m (d) 3 m