

PROPORTION (समानुपात)

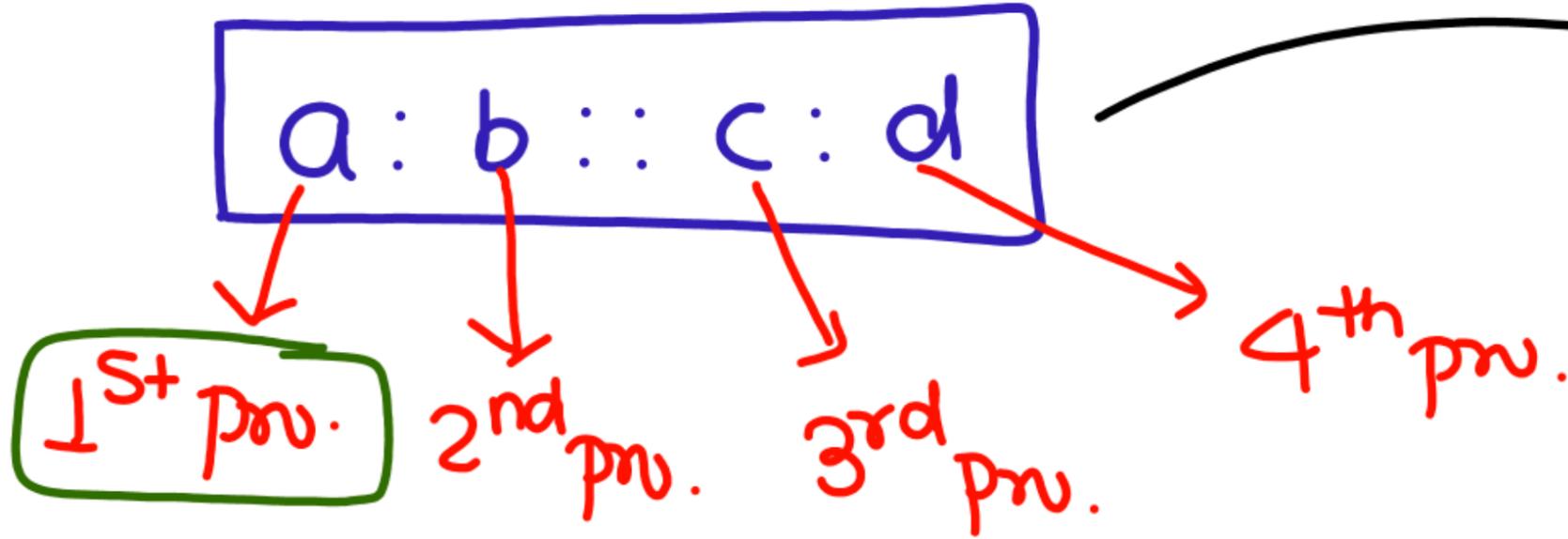
COMPLETE CLASS NOTES BY ADITYA SIR

Types of Proportional

- ❑ First Proportional (प्रथम अनुपात)
- ❑ Second Proportional (द्वितीय अनुपात)
- ❑ Third Proportional (तृतीय अनुपात)
- ❑ Fourth Proportional (चतुर्थ अनुपात)

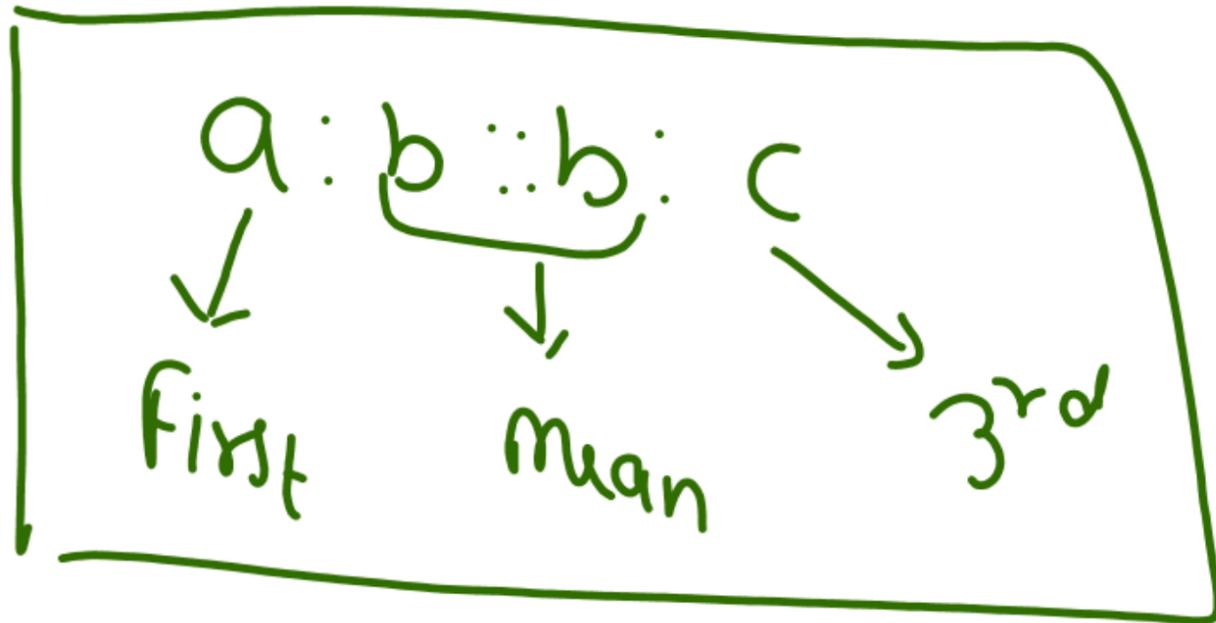
For 4 Number

Case ①



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Case ②



Q.

a, b, c

first proportion,

x

x 2, 3, 5

Ans

$$\boxed{x} : a :: b : c$$

or

$$\left(\frac{x}{a} = \frac{b}{c}\right) \Rightarrow \left(x = \frac{ab}{c}\right)$$

$$\frac{x}{2} = \frac{3}{5}$$

$$\left(x = \frac{6}{5}\right)$$

Q $a, b, c \rightarrow 2^{\text{nd}}$ proportion

$$a : \boxed{x} : b : c$$

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$$

$$\boxed{x = \frac{ac}{b}}$$

2, 3, 5

$$2 : x :: 3 : 5$$

$$\frac{2}{x} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{10}{3} = x$$

Q $a, b, c \rightarrow 3^{\text{rd}}$ pwp.

$$a : b :: \boxed{x} : c$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{x}{c}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{ac}{b} = x}$$

$$2, 3, 5$$

$$2 \quad 3 \quad x \quad 5$$

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

Q $a, b, c \rightarrow$ 4th prn.

$$a : b :: c : \boxed{x}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{bc}{a}$$

2, 3, 5

2, 3, 5, x

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{x}$$

$$x = \frac{15}{2}$$

✓
When three numbers are given

First Proportion
(प्रथम अनुपात)

6, 12, 24

$$\boxed{x} : 6 :: 12 : 24$$

$$\frac{x}{6} = \frac{12}{24} \times 3$$

$$x = 3$$

1. The first proportional of three numbers 6, 12 and 24 is :

तीन संख्याएँ 6, 12 और 24 का प्रथम अनुपात क्या होगा?

(a) 3

(b) 4

(c) 7

(d) 6

When three numbers are given

Second Proportion
(द्वितीय अनुपात)

28, 4, 5

$$28 : \boxed{x} :: 4 : 5$$

$$\frac{28}{x} = \frac{4}{5}$$
$$x = 35$$

2. The second proportional of three numbers 28, 4 and 5 is :

तीन संख्याएँ 28, 4 और 5 का द्वितीय अनुपात क्या होगा?

(a) 39

(b) 48

✓ (c) 35

(d) 40

When three numbers are given

Third Proportion
(तृतीय अनुपात)

2, 3, 15

$$2 : 3 :: \boxed{x} : 15$$

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{15}$$

$$\Rightarrow x = 10$$

3. The third proportional of three numbers 2, 3 and 15 is :

तीन संख्याएँ 2, 3 और 15 का तृतीय अनुपात क्या होगा?

(a) 10

(b) 20

(c) 30

(d) 40

When three numbers are given

Fourth Proportion

(चतुर्थ अनुपात)

12 14 24

$$12 : 14 :: 24 : \boxed{x}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{14} = \frac{24}{x}$$

$$x = 28$$

4. The fourth proportion of 12, 14 and 24 is :

12, 14 और 24 का चतुर्थ अनुपात क्या है?

(a) 30

(b) 28

(c) 32

(d) 36

$$0.2 : 0.12 :: 0.3 : x$$

$$\frac{0.2}{0.12} = \frac{0.3}{x}$$

$$x = \frac{0.12 \times 3}{2}$$

5. The fourth proportion of 0.2, 0.12 and 0.3 is :

0.2, 0.12 और 0.3 का चतुर्थ अनुपात क्या है?

(a) 0.13

(b) 0.15

✓ (c) 0.18

(d) 0.8

$$0.12 : 0.21 :: 8 : \boxed{x}$$

$$\frac{0.12^4}{0.21^7} = \frac{8^2}{x}$$

$$x = 14$$

6. The fourth proportion of 0.12, 0.21 and 8 is :

0.12, 0.21 और 8 का चतुर्थ अनुपात क्या है?

(a) 89

(b) 56

✓ (c) 14

(d) 17

$$10 : 12 :: 15 : x$$

$$\frac{10}{12} = \frac{15}{x}$$

$$x = 18$$

7. The fourth proportional to 10, 12 and 15 is :

10, 12 और 15 का चौथा अनुपातिक है :

CHSL, 15/10/2020 (Evening shift)

(a) 24

(b) 22

✓ (c) 18

(d) 20

#

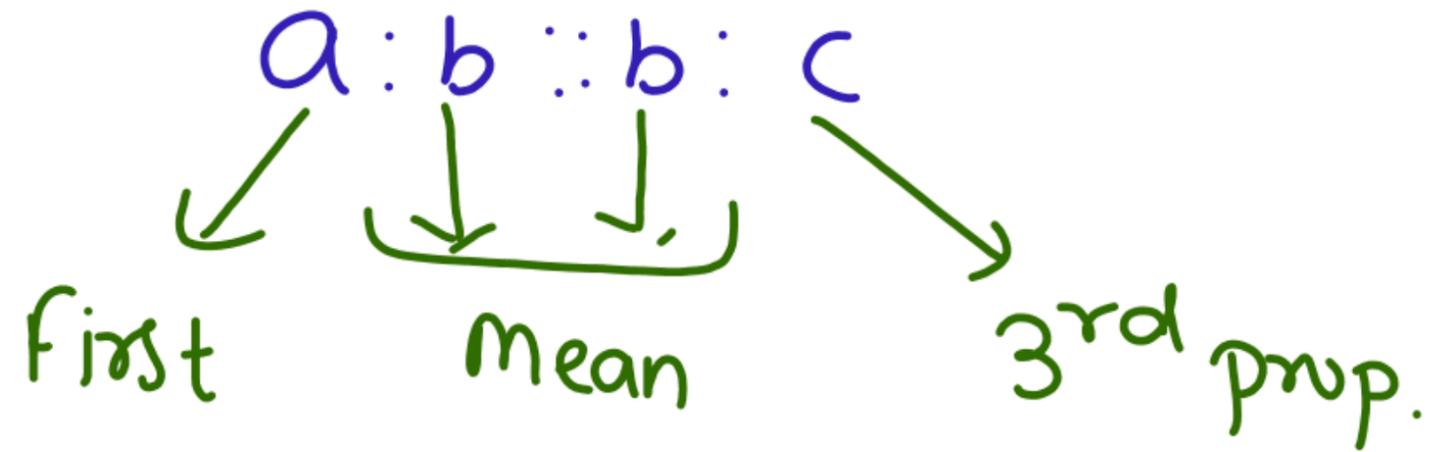
When

2 numbers

are given

~~(4)~~

$$x : a :: b : c$$
$$\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$$



#

 $(a, b) \rightarrow 1^{\text{st}} \text{ proportion}$

$$\boxed{x} : \underbrace{a :: a}_{\text{mean}} : b$$

\downarrow 1st \downarrow mean \downarrow 3rd

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow x = \frac{a^2}{b}$$

2, 3

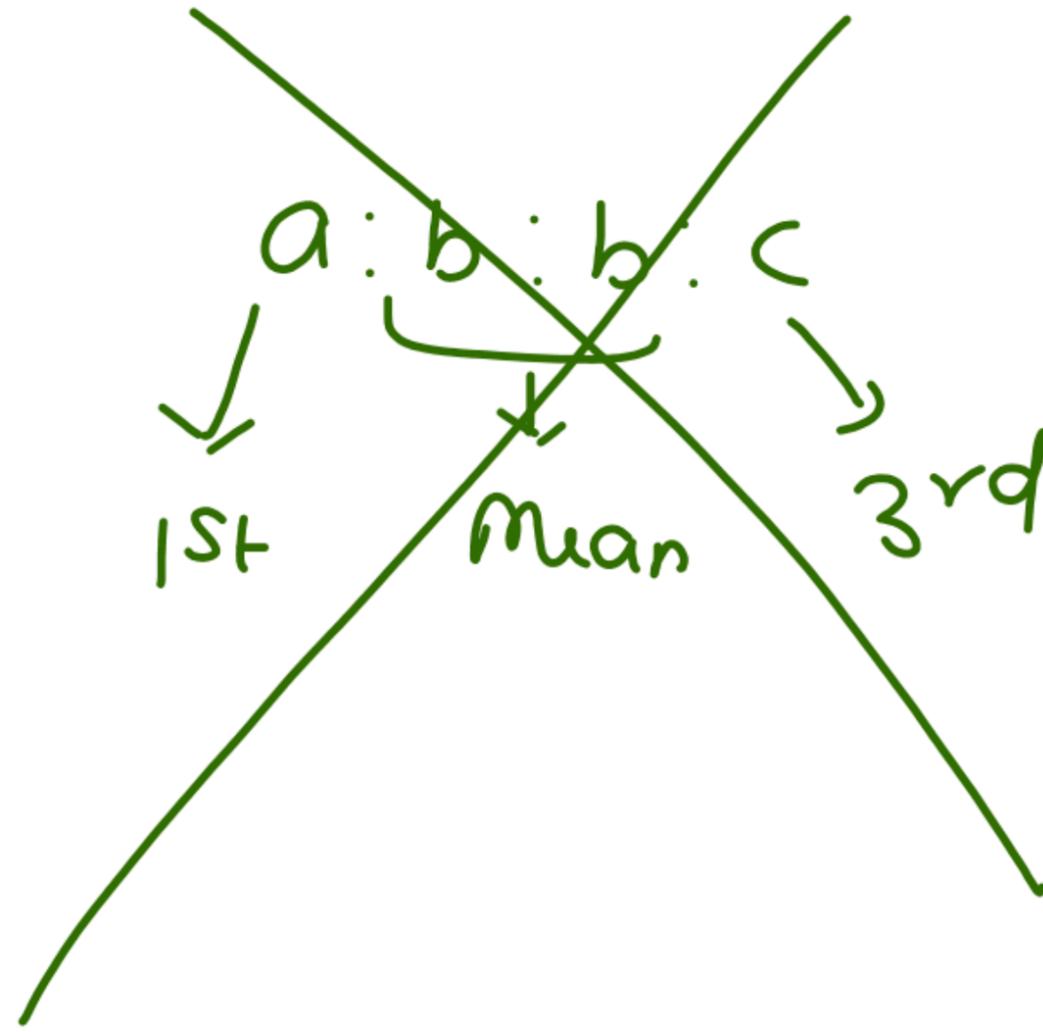
$$\boxed{x} : 2 :: 2 : 3$$

$$\frac{x}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

#

$a, b \rightarrow$ 2nd proportion



No case

✓✓
When Two numbers are given

First Proportion
(प्रथम अनुपात)

3, 5

$$\boxed{x} : 3 :: 3 : 5$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow x = 1.8$$

8. The first proportional of two numbers 3 and 5 is :

दो संख्याएँ 3 और 5 का प्रथम अनुपात क्या होगा?

(a) 1.6

✓ (b) 1.8

(c) 1.2

(d) 1.4

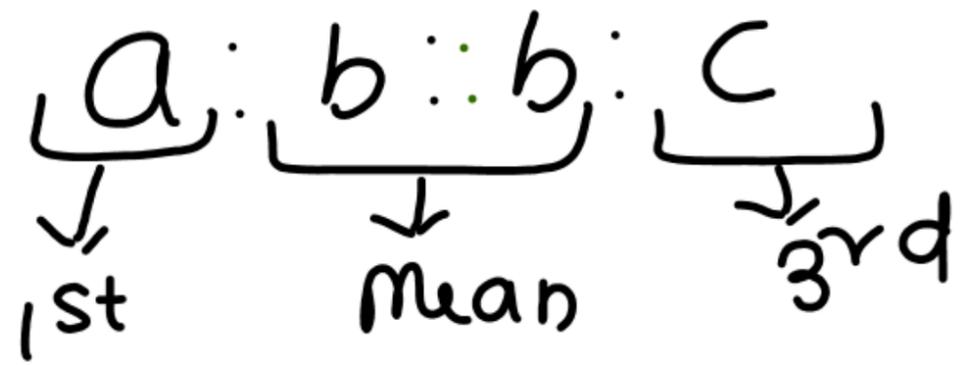
When Two numbers are given

· No Such case

Second Proportion
(द्वितीय अनुपात)

When Two numbers are given

Mean Proportion
(मध्य अनुपात)



$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$b^2 = ac$$

Trick:— $b = \sqrt{ac}$

$$3.6 : x :: x : 0.9$$

$$\Rightarrow \frac{3.6}{x} = \frac{x}{0.9}$$

$$\Rightarrow x^2 = 3.6 \times 0.9$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3.6 \times 0.9}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{6 \times 3} = 1.8$$

9. Find the mean proportional of 3.6 and 0.9?

3.6 और 0.9 का मध्य समानुपाती संख्या क्या है?

(a) 2.8

(c) 2.4

(b) 1.8

(d) 5.2

$$\sqrt{0.04} = .2$$

$$\sqrt{0.0004} = .02$$

$$\sqrt{0.000004} = .002$$

$$\sqrt{0.000036} = .006$$

$$\begin{aligned}
 \text{M.P} &= \sqrt{(3+\sqrt{2})(12-\sqrt{32})} \\
 &= \sqrt{(3+\sqrt{2})(12-4\sqrt{2})} \\
 &= \sqrt{(3+\sqrt{2})4(3-\sqrt{2})} \\
 &= \sqrt{4(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} \\
 &= 2\sqrt{(3)^2 - (\sqrt{2})^2} \\
 &= 2\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

10. The mean proportional between $(3 + \sqrt{2})$ and $(12 - \sqrt{32})$ is : CPOSI 2006

$(3 + \sqrt{2})$ $(12 - \sqrt{32})$ का मध्यानुपाती ज्ञात करें।

(a) $\sqrt{7}$

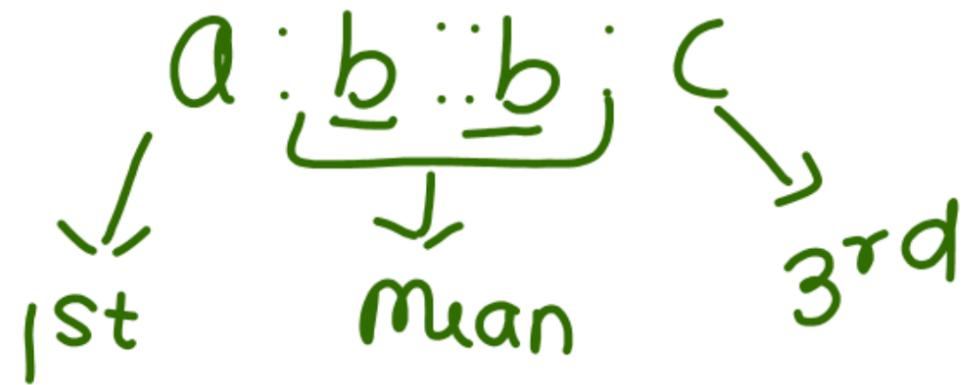
(b) 6

✓ (c) $2\sqrt{7}$

(d) $\frac{15-3\sqrt{2}}{2}$

When Two numbers are given

Third Proportion
(तृतीय अनुपात)



1st

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \boxed{a = \frac{b^2}{c}}$$



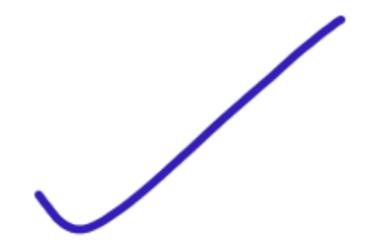
mean

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{\sqrt{ac}} \Rightarrow \boxed{b = \sqrt{ac}}$$



3rd

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \Rightarrow \boxed{c = \frac{b^2}{a}}$$



$$9 : 24 : 24 : x$$

↘

$$\frac{9}{24} = \frac{24}{x}$$

8 8

$$\Rightarrow x = 64$$

$$9 : 24 :: 24 : x$$

$$3 : 8 \quad \left(\begin{array}{l} \curvearrowright \\ 3 : 8 \end{array} \right) \times 8$$

11. The third proportional of two number 9 and 24 is :

दो संख्याएँ 9 और 24 का तृतीय अनुपात क्या होगा?

(a) 39

(b) 48

(c) 72

✓ (d) 64

Smart

$$4 : 28 :: \textcircled{28} : x$$

$\xrightarrow{\times 7}$ $\xrightarrow{\times 7}$

196

12. The third proportional of two number 4 and 28 is :

दो संख्याएँ 4 और 28 का तृतीय अनुपात क्या होगा?

(a) 52

(b) 56

(c) 84

 (d) 196

$$(a^2 - b^2) : (a - b) :: (a - b) : x$$

$$\frac{\cancel{(a-b)}(a+b)}{\cancel{(a-b)}} = \frac{(a-b)}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{a-b}{a+b}$$

13. The third proportional of two number $(a^2 - b^2)$ and $(a - b)$ is :

दो संख्याएँ $(a^2 - b^2)$ और $(a - b)$ का तृतीय अनुपात क्या होगा?

✓ (a) $\frac{a-b}{a+b}$

(b) $\frac{a+b}{a-b}$

(c) $\frac{a}{b}$

(d) $\frac{b}{a}$

Some Mix TCS Questions

$$\begin{aligned} \text{M.P} &= \sqrt{4.8 \times 10.8} = \sqrt{3 \times 16 \times 3 \times 36} \\ &= \frac{3 \times 4 \times 6}{10} = 7.2 \end{aligned}$$

3rd → $0.4 : 2.4 :: 2.4 : x$ (14.4)

$\xrightarrow{\times 6}$ $\xrightarrow{\times 6}$

$$\frac{\text{M.P}}{3^{\text{rd}}} = \frac{7.2}{14.4} = \frac{1}{2}$$

14. What is the ratio of the mean proportional between 4.8 and 10.8 and the third proportional to 0.4 and 2.4?

4.8 तथा 10.8 के बीच माध्य समानुपाती तथा 0.4 और 2.4 के बीच तीसरे आनुपातिक का अनुपात ज्ञात करें।

SSC CGL 10 June, 2019 (Morning)

- | | |
|-----------------------------------------------|-----------|
| (a) 2 : 1 | (b) 3 : 2 |
| <input checked="" type="checkbox"/> (c) 1 : 2 | (d) 2 : 3 |

$$4^{\text{th}} = 3 : 4 :: 9 : \boxed{x}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{x} \Rightarrow x = 12$$

$$\text{M.P} = \sqrt{2 \times 98} = \sqrt{2 \times 2 \times 49}$$

$$= 2 \times 7$$

$$\frac{4^{\text{th}}}{\text{M.P}} = \frac{12}{2 \times 7} = \frac{6}{7}$$

15. What is the ratio between the fourth proportional of 3, 4, 9 and the mean proportional between 2 and 98?

3, 4, 9 के चतुर्थ अनुपाती और 2 और 98 के मध्यानुपाती के बीच का अनुपात क्या है?

SSC CHSL 11 July, 2019 (Afternoon)

(a) 7 : 8

(b) 7 : 6

(c) 8 : 7

(d) 6 : 7

$$\underline{3^{rd}} \rightarrow 0.4 : 0.8 :: 0.8 : x$$

$\xrightarrow{\times 2}$ $\xrightarrow{\times 2}$

$$x = 1.6$$

$$\underline{\text{mean}} = \sqrt{\frac{27 \times 35 \times 24}{10 \times 100}} = \sqrt{\frac{9 \times 3 \times 3 \times 4}{100}}$$

$$= \frac{3 \times 3 \times 2}{10} = 1.8$$

$$\underline{3^{rd} \text{ mean}} = \frac{1.6}{1.8} = \frac{8}{9}$$

16. What is the ratio of the third proportional to 0.4 and 0.8 to the mean proportional between 13.5 and 0.24?

0.4 तथा 0.8 के तीसरे आनुपातिक और 13.5 तथा 0.24 के बीच माध्य समानुपाती में क्या अनुपात होगा?

SSC CGL Tier II, 12 September 2019

(a) 5 : 4

(b) 7 : 8

(c) 8 : 9

(d) 9 : 10

P.G.W

Comment Box

17. What is the sum of the mean proportional between 10.8 and 4.8 and the third proportional of 2 and 4?

10.8 तथा 4.8 के बीच माध्य समानुपाती तथा 2 और 4 के बीच के तीसरे आनुपातिक का योग क्या है?

SC CPO 12 March, 2019 (Morning)

- | | |
|----------|----------|
| (a) 15.2 | (b) 11.2 |
| (c) 8.2 | (d) 10.2 |

$$x = \sqrt{25.6 \times 32.4}$$

$$= \frac{16 \times 18}{10}$$

$$y = \frac{2}{32} : \frac{3}{48} :: \frac{24}{48} : x \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array}$$

$$y = 72$$

$$\therefore \frac{3x}{2y} = \frac{3 \times 16 \times 18}{5 \times 10 \times 2 \times 72} \times 4$$

18. Let x be the mean proportional of 25.6 and 32.4 and y be the third proportional of 32 and 48. Then, $3x : 2y = ?$

मान लीजिए कि x , 25.6 और 32.4 का मध्यानुपाती है और y , 32 एवं 48 का तृतीयानुपाती है। तब $3x : 2y = ?$

SSC MTS 20 August 2019 (Morning)

(a) 5 : 3

(b) 3 : 5

(c) 4 : 5

(d) 5 : 4

$$x : 8 :: 8 : 27$$

$$\frac{x}{8} = \frac{8}{27}$$

$$x = \frac{64}{27}$$

19. If x , 8 and 27 are in constant proportion, then what is the value of x ?

यदि x , 8 और 27 निरंतर अनुपात में है, तो x का मान क्या है?

SSC MTS 20 August 2019 (Evening)

(a) $\frac{2}{3}$

(b) $\frac{8}{3}$

(c) $\frac{4}{3}$

(d) $\frac{64}{27}$

Very Very Important Questions

**PROPORTION AFTER
ADDITION OR SUBTRACTION**

a, b, c, d

$(-x)$

$(a-x) : (b-x) :: (c-x) : (d-x)$

$\Rightarrow \frac{(a-x)}{(b-x)} = \frac{(c-x)}{(d-x)}$

Munni
Method

$\Rightarrow x = \frac{ad - bc}{(a+c) - (b+d)}$

$$a : b :: c : d$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\underline{\underline{ad = bc}}$$

$$2 : 3 :: 10 : x$$

$$x = \frac{30}{2}$$

DIRECT TRICK

SUBTRACTION

Let 'x' be a number which is subtracted from a, b, c and d to make them proportional, then

$$x = \frac{ad - bc}{(a + d) - (b + c)}$$

Munni Method

DIRECT TRICK

ADDITION

Let 'x' be a number which is added to a, b, c and d to make them proportional, then

$$x = \frac{bc - ad}{(a + d) - (b + c)}$$

Add

6, 7, 15, 17

$$x = \frac{7 \times 15 - 6 \times 17}{23 - 22} = \frac{105 - 102}{1} = \textcircled{3}$$

Option

or

$$\frac{9}{10} \quad \frac{\cancel{18}}{\cancel{20}} \quad \frac{9}{10}$$

21. Which number when added to each of the numbers 6, 7, 15, 17 will make the resulting numbers proportional.

किस संख्या को 6, 7, 15, 17 के प्रत्येक संख्या में जोड़ा जाए की चारों संख्याएँ समानुपातिक हो जाए?

~~(a) 5~~
(c) 6

(b) 3
(d) 4

By method

$$x = \frac{14 \times 54 - 36 \times 20}{12 - 12}$$

$$= 63 - 60 = \textcircled{3}$$

By Option

$$\frac{14}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{17}{5} \times \frac{1}{3}$$

22. What is the least number subtracted from 14, 36, 20 and 54 so that these numbers become proportional?

14, 36, 20, 54 में प्रत्येक पद में से कम-से-कम क्या घटाया जाए कि ये संख्याएँ समानुपाती हो जाएं?

- (a) 3 (b) 2
(c) 4 (d) 5

By
option

$$\left(\frac{4}{7}\right) \frac{\cancel{8}}{\cancel{14}} = \frac{\cancel{16}}{\cancel{28}} \left(\frac{4}{7}\right)$$

20. Which number should be added in 4, 10, 12 and 24 each to make these numbers in proportion.

4, 10, 12, 24 में प्रत्येक में कौन सी संख्या जोड़ी जानी चाहिए जिससे परिणामी संख्याएँ समानुपातिक हो?

(a) 9

(b) 3

(c) 6

(d) 4

3, 5, 6, 7

$$\begin{aligned} x &= \frac{3 \times 7 - 5 \times 6}{(3+7) - (5+6)} \\ &= \frac{+9}{-1} \end{aligned}$$

23. What should be subtracted from each number 3, 5, 6 and 7 that they are proportional each other?

3, 5, 6, और 7 में से क्या घटाया जाए कि ये संख्याएँ एक-दूसरे के समानुपाती हो जाएं?

(a) 5

(b) 6

(c) 9

(d) 8

$$23, 39, 32, 56$$

$$x = \frac{23 \times 56 - 39 \times 32}{8}$$

$$= 161 - 156 = 5$$

$$M.P = \sqrt{(5+4) \times (15+1)}$$

$$= 3 \times 4 = 12$$

24. If x is subtracted from each of 23, 39, 32 and 56, the numbers so obtained in this order are in proportion. What is the mean proportional between $(x+4)$ and $(3x+1)$?

यदि x को 23, 39, 32 और 56 में से प्रत्येक से घटाया जाता है, तो प्राप्त होने वाली संख्याएँ समानुपात में आती हैं। $(x+4)$ और $(3x+1)$ के बीच मध्य आनुपातिक ज्ञात करें।

SSC CGL, 4 June 2019 (Afternoon)

(a) 15

(b) 10

(c) 12

(d) 14

$$m.p = \sqrt{(x+4)(3x+1)}$$
$$\sqrt{9 \times 16} = 12$$

24. If x is subtracted from each of 23, 39, 32 and 56, the numbers so obtained in this order are in proportion. What is the mean proportional between $(x+4)$ and $(3x+1)$?

यदि x को 23, 39, 32 और 56 में से प्रत्येक से घटाया जाता है, तो प्राप्त होने वाली संख्याएँ समानुपात में आती हैं। $(x+4)$ और $(3x+1)$ के बीच मध्य आनुपातिक ज्ञात करें।

SSC CGL, 4 June 2019 (Afternoon)

(a) 15

(b) 10

(c) 12

(d) 14

$$\begin{matrix} 2 & 3 & 30 & 35 \\ \cdot & & & \end{matrix}$$

$$x = \frac{90 - 70}{37 - 33} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\begin{aligned} M.P. &= \sqrt{(x+7)(x-2)} \\ &= \sqrt{12 \times 3} = 6 \end{aligned}$$

25. When x is added to each of 2, 3, 30 and 35, then the numbers obtained in this order, are in proportion. What is the mean proportional between $(x + 7)$ and $(x - 2)$?

जब x को 2, 3, 30 और 35 में जोड़ा जाता है तो इस क्रम में प्राप्त होने वाली संख्याएँ समानुपात में है। $(x+7)$ तथा $(x-2)$ के बीच मध्य समानुपाती ज्ञात करें।

SSC CGL, Tier II 11 September 2019

(a) 7

(b) 4

(c) 6

(d) 5

$$\begin{array}{cccc}
 21 & 22 & 60 & 64 \\
 \hline
 \end{array}$$

$x = \frac{21 \times 64 - 22 \times 60}{3}$

$$= \frac{448 - 440}{3} = 8$$

$$\begin{aligned}
 \text{M.P} &= \sqrt{(x+1)(7x+8)} \\
 &= \sqrt{9 \times 64} = 24
 \end{aligned}$$

26. When x is subtracted from each of 21, 22, 60 and 64, the numbers so obtained, in this order are in proportion. What is the mean proportional between $(x+1)$ and $(7x+8)$?

जब x को 21, 22, 60 तथा 64 में से घटाया जाता है, तो इस प्रकार प्राप्त संख्याएँ समानुपात में हैं। $(x+1)$ तथा $(7x+8)$ के बीच माध्य समानुपाती ज्ञात करें।

SSC CGL, 6 June 2019 (Morning)

(a) 27

(b) 18

(c) 24

(d) 21

8 13 26 40


$$\left(\frac{2}{3}\right) \frac{10}{15} \quad \frac{28}{42} \left(\frac{2}{3}\right)$$

27. What number must be added to each of the number 8, 13, 26 and 40 so that the number obtained in this order are in proportion?

किस संख्या को 8, 13, 26 और 40 में जोड़ा जाना चाहिए ताकि इस क्रम में प्राप्त संख्याएँ समानुपात में हो?

SSC CHSL, 16/10/2020 (Afternoon)

(a) 2
 (c) 1

(b) 3
 (d) 4