CIRCLE (वृत्त)

THEORY WITH EXAMPLES

BY ADITYA RANJAN

Maths By Aditya Ranjan

Rankers Gurukul

PDF की विशेषताएं
INDIA में पहली बार

- UPDATED CONTENT
- TYPE WISE
- LEVEL WISE
- BILINGUAL
- ERROR FREE

MATHS SPECIAL BATCH
में Enroll करने के लिए

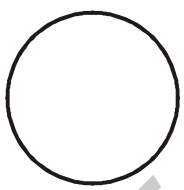
DOWNLOAD
RG VIKRAMJEET APP
GET IT ON Google Play

Vikramjeet
Install

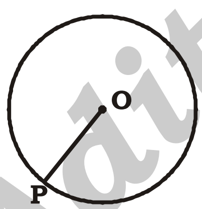
MATHS EXPERT

CIRCLE (वृत्त)
(THEORY & EXAMPLES)

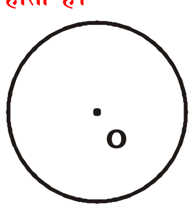
- **Circle :** **A circle is a set of points on a plane which lie at a fixed distance from a fixed point.**
- **वृत्त:** वृत्त बिंदुओं का समूह होता है जो एक निश्चित बिंदु से समान दूरी पर स्थित होते हैं।
- **Centre:** **The fixed point is called the centre. In the given diagram 'O' is the centre of the circle.**
- **केन्द्र:** वह निश्चित बिंदु जिससे प्रत्येक बिंदु की दूरी समान होती है। आकृति में **'O'** केन्द्र है।



- **Radius:** **The fixed distance is called a radius. In the given diagram OP is the radius of the circle. (Point P lies on the circumference.**
- **त्रिज्या:** वृत्त के किसी भी बिंदु की केन्द्र से दूरी त्रिज्या कहलाती हैं आकृति में **OP** त्रिज्या है। **P** बिंदु, परिधि पर स्थित होता है।



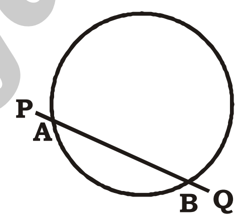
- **Circumference:** **The circumference of a circle is the distance around a circle, which is equal to $2\pi r$.**
- **परिधि:** वृत्त के चारों ओर खींची गई वृत्ताकार रेखा, जो **$2\pi r$** के बराबर होती है।



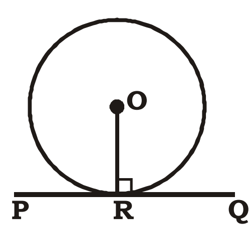
($r \rightarrow$ radius of the circle)

(r वृत्त की त्रिज्या है)

- **Secant:** **A line segment which intersects the circle in two distinct points, is called as secant. In the given diagram secant PQ intersects circle at two points at A and B.**
- **छेदक रेखा:** एक रेखाखंड जो किसी वृत्त को दो भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती है, छेदक रेखा कहलाती है। दी गई आकृति में छेदक रेखा **PQ** वृत्त को दो बिंदुओं **A** और **B** पर प्रतिच्छेदित करती है।



- **Tangent:** **A line segment which has one common point with the circumference of a circle i.e., it touches only at only one point is called as tangent of circle. The common point is called as point of contact. In the given diagram PQ is a tangent which touches the circle at a point R.**
- **स्पर्श रेखा:** एक रेखाखंड जो वृत्त को केवल एक बिंदु पर स्पर्श करे उसे स्पर्श रेखा कहते हैं तथा उस बिंदु को स्पर्श बिंदु कहते है। आकृति में **PQ** एक स्पर्श रेखा है तथा **R** स्पर्श बिंदु है। त्रिज्या सदैव स्पर्श रेखा पर लंबवत होती है।



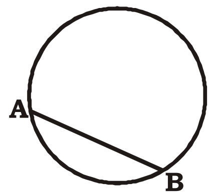
(R is the point of contact)

Note: **Radius is always perpendicular to tangent.**

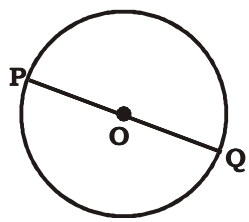
Maths by Aditya Ranjan sir

नोट:- त्रिज्या सदैव स्पर्श रेखा पर लंबवत होती है।

- **Chord:** A line segment whose end points lie on the circle. In the given diagram AB is a chord.
- जीवा: एक रेखाखंड जिसके अंतिम बिंदु वृत्त की परिधि पर स्थित हों, जीवा कहलाती है। आकृति में, **AB** एक जीवा है।



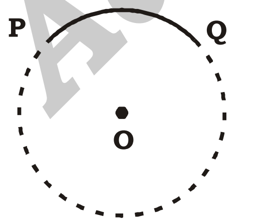
- **Diameter:** A chord which passes through the centre of the circle is called the diameter of the circle. The length of the diameter is twice the length of the radius. In the given diagram PQ is the diameter of the circle. (O → is the centre of the circle)
- व्यास : वृत्त के केन्द्र से गुजरने वाली जीवा को ही व्यास कहा जाता है। व्यास की लंबाई त्रिज्या से दुगुनी होती है। आकृति में **PQ,** व्यास और **O** केन्द्र है।



- **Arc:** Any two points on the circle divides the circle into two parts the smaller part is called as minor arc and the larger part is called as major arc.

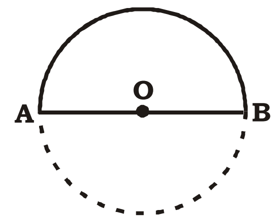
  It is denoted as $\frown$ In the given diagram $\overset{\frown}{PQ}$ is arc.
- चाप: वृत्त की परिधि पर स्थित कोई भी दो बिंदु वृत्त को दो भागों में बांटते है। छोटे भाग को लघु चाप व बड़े भाग को दीर्घ चाप कहते हैं।

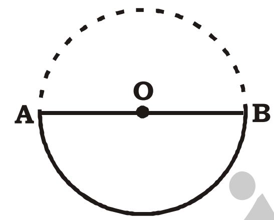
  चाप को $\frown$ से दर्शाया जाता है। दिए गए चित्र में $\overset{\frown}{PQ}$ चाप है।



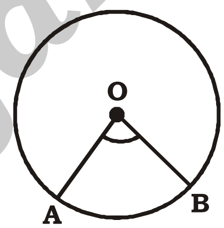
PQ ⟶ Minor Arc

- **Semicircle:** A diameter of the circle divides the circle into two equal parts. Each part is called as semicircle.
- अर्धवृत्त: वृत्त का व्यास वृत्त को दो समान भागों में बांटता है। प्रत्येक भाग को अर्धवृत्त कहते हैं।



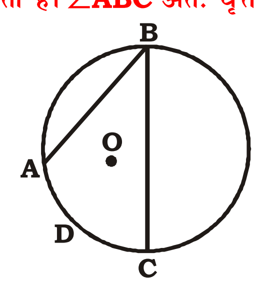


- **Central angle:** An angle formed at the centre of the circle, is called the central angle. In the given diagram ĐAOB is the central angle.
- केन्द्रीय कोण: वृत्त के केन्द्र पर बनाया गया कोण केन्द्रीय कोण कहलाता है। आकृति में **∠AOB** केन्द्रीय कोण है।



- **Inscribed angle:** When two chords have one common end point, then the angle included between these two chords at the common point is called the inscribed angle.

  ∠ABC is the inscribed angle by the arc $\overset{\frown}{ADC}$.
- अंत: वृत्त कोण: जब वृत्त की दो जीवाओं का अंत बिंदु एक ही हो, तो उन जीवाओं के बीच का कोण **Inscribed** कोण कहलाता है। **∠ABC** अंत: वृत्त कोण है।



- Measure of an arc: Basically it is the central angle formed by an arc. e.g.,
- चाप का माप : चाप द्वारा केन्द्र पर बनाया गया कोण ही चाप का माप होता है।

  (a) measure of a circle = 360°

  वृत्त का माप = **360°**

Maths by Aditya Ranjan sir

(b) measure of a semicircle = $180°$

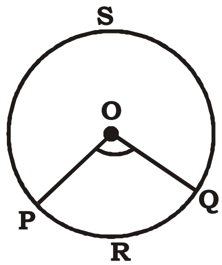
अर्धवृत्त का माप = $180°$

(c) measure of a minor arc = $\angle POQ$

लघु चाप का माप = $\angle POQ$

(d) measure of a major arc = $360 - \angle POQ$

दीर्घ चाप का माप = $360 - \angle POQ$



m (arc PRQ) = m $\angle POQ$

M (चाप PRQ) = M $\angle POQ$

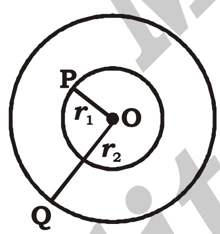
m (arc PSQ) = $360°$ - m (arc PRQ)

M (चाप PSQ) = $360°$ - M (चाप PRQ)

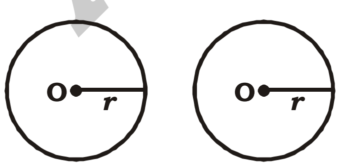
- **Concentric circles:** Circles having the same centre at a plane are called the concentric circles.

  In the given diagram there are two circles with radii r_1 and r_2 having the common (or same) centre. These are called as concentric circles.

- **संकेन्द्रीय वृत्त:** एक ही केन्द्र वाले वृत्तों को संकेन्द्रीय वृत्त कहा जाता है। आकृति में r_1 और r_2 त्रिज्या वाले दो वृत्त दिखाए गए है। जिनका केन्द्र एक ही है। अत: ये संकेन्द्रीय वृत्त है।



- **Congruent circles:** Circles with equal radii are called as congruent circles.
- **सर्वांगसम वृत्त:** समान त्रिज्या वाले वृत्तों को सर्वांगसम वृत्त कहा जाता है।

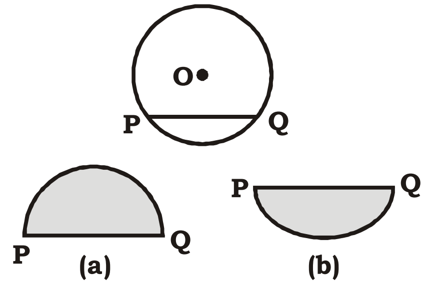


- **Segment of a circle:** A chord divides a circle into two regions. These two regions are called the segments of a circle.

❖ **वृत्तखंड :** जीवा वृत्त को दो भागों में बांटती है इन्हें वृत्तखंड कहा जाता है।

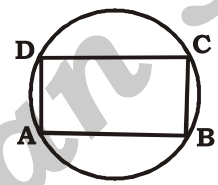
(a) major segment/दीर्घखंड

(b) minor segment/लघुखंड



- **Cyclic quadrilateral:** A quadrilateral whose all the four vertices lie on the circle.

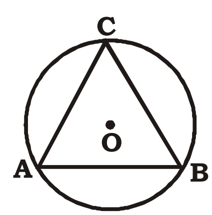
❖ **एकवृत्तीय चतुर्भुज :** एक चतुर्भुज जिसके चारों शीर्ष एक वृत्त पर स्थित है एक वृत्तीय चतुर्भुज कहलाता है।



- **Circum-circle:** A circle which passes through all the three vertices of a triangle. Thus the circumcentre is always equidistant from the vertices of the triangle.

❖ **परिवृत्त :** एक वृत्त जो त्रिभुज के तीनों शीर्षो से होकर गुजरता है, परिवृत्त कहलाता है। इस प्रकार परिकेन्द्र हमेशा त्रिभुज के तीनों शीर्षों से समान दूरी पर स्थित होता है।

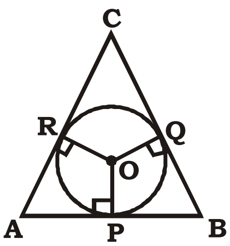
OA=OB = OC (circumradius)



- **Incircle:** A circle which touches all the three sides of a triangle i.e., all the three sides of a triangle are tangents to the circle is called an incircle. Incircle is always equidistant from the sides of a triangle.
- **अंत:वृत्त :** एक वृत्त जो त्रिभुज की तीनों भुजाओं को स्पर्श करे, अंत:वृत्त कहलाता है। इस प्रकार त्रिभुज की तीनों भुजाएं वृत्त पर स्पर्श रेखाएं होती है। इस प्रकार अंत:केन्द्र भुजाओं से समान दूरी पर स्थित होता है।

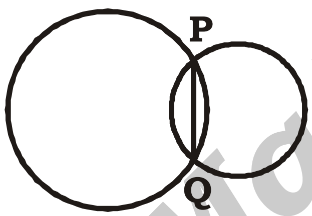
OP = OQ = OR (inradius of thg circle/अंत: त्रिज्याएं))

Maths by Aditya Ranjan sir



- Two arcs of a circle (or of congruent circles) are zcongruent if their degree measures are equal.
- एक वृत्त की दो चापें बराबर होती हैं अगर दोनों चापें केन्द्र पर समान कोण बनाएं।
- There is one and only one theoram circle passes through three non-collinear points.
- तीन असरेख बिंदुओं से केवल एक ही वृत्त गुजरता है।

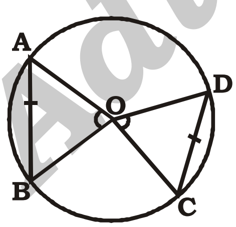
- **Comon Chord:** If two circles intersect at two points, the line segment is called a common chord.
- **उभयनिष्ठ जीवा :** यदि दो वृत्त एक-दूसरे को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेदित करते हैं तो उन दोनों बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखंड उभयनिष्ठ जीवा कहलाता है।



Property 1

(i) Equal chords of a circle subtend equal angle at the centre.

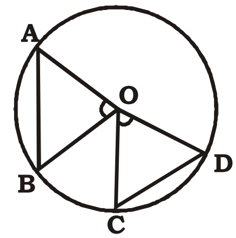
वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र पर बराबर कोण बनाती हैं।



If AB = CD, then ∠AOB = ∠COD

(ii) The angles subtended by the chords of a circle at the centre are equal, then the chords are equal.

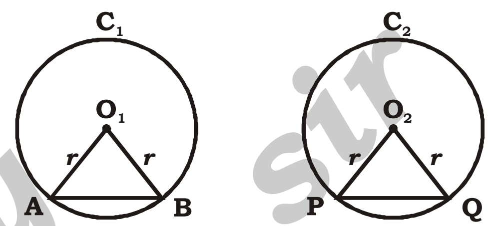
यदि जीवाओं द्वारा केन्द्र पर बनाए गए कोण बराबर हो तो जीवाओं की लंबाई भी बराबर होती है।



If ∠AOB = ∠COD, then AB = CD

(iii) Equal chords of two equal circles subtend equal angles at their centres.

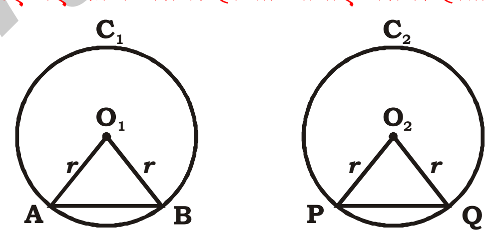
दो बराबर वृत्तों की बराबर जीवाएँ उनके केन्द्र पर बराबर कोण बनाती हैं।



If C_1 and C_2 are equal circles and AB = PQ, then $\angle AO_1B = \angle PO_2Q$.

(iv) The angles subtended by the chords of equal circles at their centres are equal, then the chords are equal.

यदि दो समान वृत्तों की जीवाओं द्वारा उनके केन्द्र पर बनाए गए कोण बराबर हों तो जीवाएँ बराबर होती है।



If C_1 and C_2 are equal circles and $\angle AO_1B = \angle PO_2Q$, then AB = PQ.

Ex. AB and CD are two chords of a circle such that AB = CD = 5 cm and r = 4 cm. If O is the centre of the circle, then (AOB – COD) is :

AB और CD एक वृत्त की दो जीवाएँ इस प्रकार हैं कि AB = CD = 5 सेमी और r = 4 सेमी है। यदि O वृत्त का केन्द्र हों तो (AOB – COD) का मान है :

(a) 0° (b) 30°
(c) 45° (d) None of these

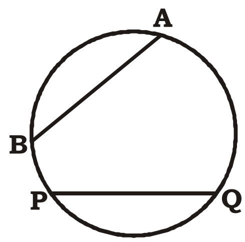
Property-2

(i) If two chords of a circle are equal, then their corresponding arcs are congruent.

यदि किसी वृत्त की दो जीवाएँ बराबर हो तो उनके संगत चाप बराबर होते हैं।

Maths by Aditya Ranjan sir

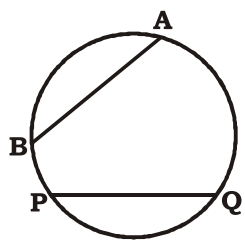
If AB = PQ, then $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{PQ}$



(ii) **If two arcs of a circle are equal, then their corresponding chords are congruent.**

यदि किसी वृत्त की दो चाप बराबर हों तो उनकी संगत जीवाएँ बराबर होती है।

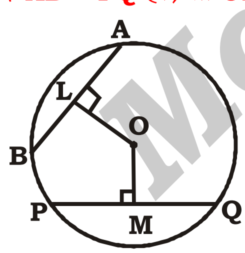
If $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{PQ}$, then AB = PQ.



Property-3

(i) **Equal chords of a circle are equidistance from centre. If AB = PQ, then OL = OM**

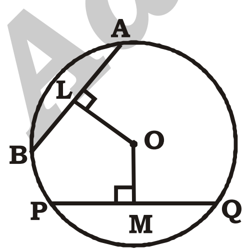
किसी वृत्त की बराबर जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर होते हैं। यदि **AB = PQ** हो, तो **OL = OM**



(ii) **If two chords are equidistant from the centre, the chords are equal.**

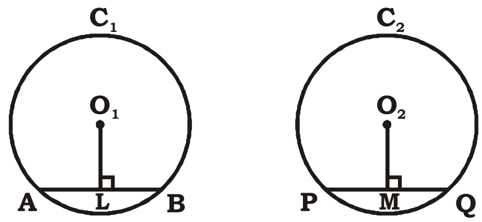
यदि दो जीवा केन्द्र से बराबर दूरी पर हो तो जीवा की लंबाई समान होती है।

If OL = OM, then AB = PQ



(iii) **Equal chords of two equal circles are equidistant from their centres.**

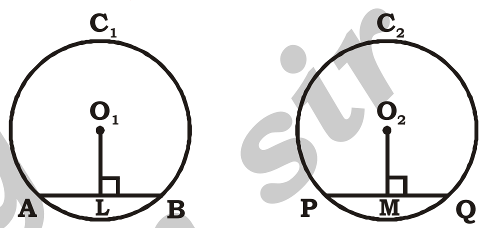
दो समान वृत्तों की बराबर जीवाएँ केन्द्र से बराबर दूरी पर होती है।



If C_1 and C_2 be the two equal circles and AB = PQ, the $O_1L = O_2M$.

(iv) **If the chords of two equal circles are equidistant from their centeres, the chords will be equal.**

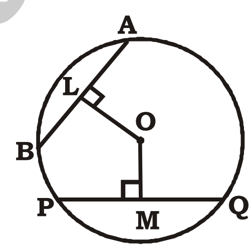
यदि दो बराबर वृत्तों की जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर हों तो जीवाएँ बराबर होती है।



If C_1 and C_2 be the two equal circles and $O_1L = O_2M$, then AB = PQ.

(v) **The longber chord will be closer to the centre. If AB > PQ, then OL < OM.**

लम्बी जीवा केन्द्र के समीप होती है। यदि **AB > PQ** है, तो **OL < OM.**

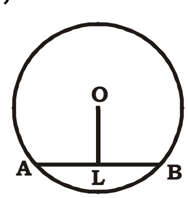


Property-4

(i) **A perpendicular from the centre of a circle to a chord bisects the chord.**

वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।

If OL ⊥ AB, then AL = LB.

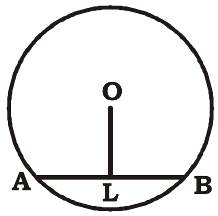


(ii) **The line joining the centre of a circle to the mid-point of a chord is perpendicular to the chord.**

वृत्त के केन्द्र को जीवा के मध्य बिन्दु से मिलाने वाली रेखा जीवा पर लम्ब होती है।

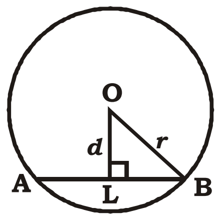
Maths by Aditya Ranjan sir

If AL = LB, then OL ⊥ AB.



(iii) If OL ⊥ AB, then AL = LB and ΔOLB is a right-angled triangle, i.e. $OL^2 + LB^2 = OB^2$

यदि OL ⊥ AB है, तो AL = LB और ΔOLB एक समकोण त्रिभुज है, अर्थात् $OL^2 + LB^2 = OB^2$



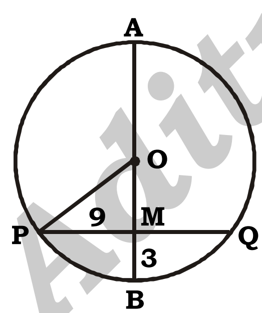
Ex.1. The length of the chord of a circle is 8 cm and the perpendicular distance between the centre and the chord is 3 cm. The radius of the circle is equal to :

किसी वृत्त के जीवा की लंबाई 8 सेमी और उसके केन्द्र तथा जीवा के बीच की लम्बवत दूरी 3 सेमी हो तो वृत्त की त्रिज्या बराबर है :

(a) 4 cm (b) 5 cm
(c) 6 cm (d) 8 cm

Ex.2. In a given circle, the chord PQ is of length 18 cm. AB is the perpendicular bisector of PQ at M. If MB = 3 cm, then the length of AB = ?

दिये गये वृत्त में जीवा PQ की लंबाई 18 सेमी, AB जीवा PQ का बिन्दु M पर लम्ब समद्विभाजक हैं। यदि MB = 3 सेमी है तो AB की लंबाई है :



(a) 30 cm (b) 24 cm
(c) 27 cm (d) 36 cm

Ex.3. Two chords of lengths *a* meter and *b* meter subtend angles 60 and 90 at the centre of the circle respectively. Which of the following is true?

किसी वृत्त में *a* मीटर तथा *b* मीटर लम्बाई की दो जीवा केन्द्र पर क्रमशः 60° तथा 90° का कोण बनाती है। निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है?

(a) $b = \sqrt{2}a$ (b) $a = \sqrt{2}b$
(c) $b = 2b$ (d) $b = 2a$

Ex.4. The radius of two concentric circles are 17 cm and 10 cm. A straight line ABCD is intersects the larger circle at point A and D and intersects the smaller circle at point B and C. If BC = 12 cm then the length of AD = ?

दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्या 17 सेमी और 10 सेमी है। एक सीधी रेखा ABCD बड़े वृत्त को बिन्दु A तथा D और छोटे वृत्त को बिन्दु B तथा C पर प्रतिच्छेद करती है। यदि BC = 12 सेमी है, तो AD की लंबाई क्या है?

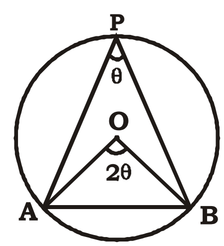
(a) 30 cm (b) 24 cm
(c) 27 cm (d) 36 cm

Property-5

(i) The angle subtended by an arc of a circle at the centre is double the angle sutended on it at any point on the remaining part of the circle on the same side in which the centre lies.

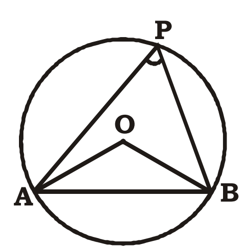
किसी वृत्त के चाप द्वारा केन्द्र पर बनाया गया कोण वृत्त के उसी ओर शेष भाग में किसी बिन्दु पर बनाए गए कोण का दोगुना होता है।

If ∠APB = θ, then ∠AOB = 2θ.



Ex.1. In the given figure, O is the centre and AB is a chord. If P be any point, such that ∠AOB = 140°, then ∠APB is :

दिये गये चित्र में O केन्द्र और AB जीवा है। यदि P कोई बिन्दु इस प्रकार हों कि ∠AOB = 140°, तो ∠APB है:

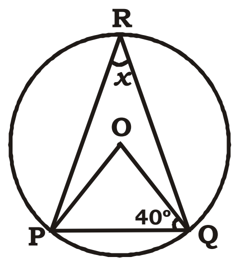


(a) 70° (b) 40°
(c) 80° (d) 20°

Maths by Aditya Ranjan sir

Ex.2. If O be the centre, then the value of the x in the given figure is :

यदि O वृत्त का केन्द्र हो तो दिये गये चित्र में x का मान है :



(a) 70° (b) 55°
(c) 50° (d) 40°

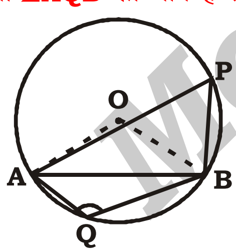
Ex.3. The length of a chord of a circle is equal to the radius of the circle. The angle which this chord subtends in the major segment of the circle is equal to :

किसी वृत्त के जीवा की लंबाई वृत्त की त्रिज्या के बराबर है। इस जीवा द्वारा वृत्त के दीर्घ वृत्तखंड में बनाए गए कोण का मान है :

(a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) 90°

Ex.4. In the given figure, O is the centre and ∠AOB = 150°, then ∠AQB is :

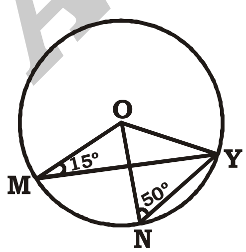
दिये गये चित्र में O वृत्त का केन्द्र है और ∠AOB = 150° है, तो ∠AQB का मान है :



(a) 105° (b) 75°
(c) 30° (d) 150°

Ex.5. In the given figure, ∠ONY = 50° and ∠OMY = 15°, then the value of the ∠MON is :

दिये गये चित्र में ∠ONY = 50° और ∠OMY = 15° है, तो ∠MON का मान है :



(a) 30° (b) 40°
(c) 20° (d) 70°

Ex.6. Two chords AB and CD of a circle with centre O, intersect each other at P. If ∠AOD = 100° and ∠BOC = 70°, then the value of ∠APC is :

(a) 35° (b) 45°
(c) 60° (d) 90°

Ex.7. ABC is an equilateral triangle inscribed in a circle. D is any point on the arc BC. What is ∠ADB equal to ?

ABC वृत्त के अंदर एक समबाहु त्रिभुज है। D चाप BC पर कोई बिन्दु है। ∠ADB का मान क्या है?

(a) 90° (b) 45°
(c) 60° (d) None of these

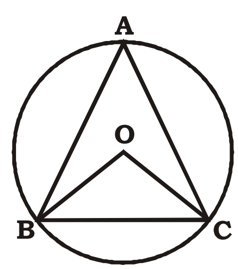
Ex.8. P and Q are the mid-points of two chords (not diameters) AB and AC, respectively of the circle with centre at a point O. The line OP and OQ are produced to meet the circle respectively, at the points R and S. T is any point on the major arc between the points R and S of the circle. If ∠BAC = 32°, ∠RTS = ?

P और Q क्रमश: O केन्द्र वाले किसी वृत्त में दो जीवाओं (व्यास नहीं) AB तथा AC के मध्य बिन्दु हैं। रेखा OP और OQ को बढ़ाने पर वृत्त पर क्रमश: R तथा S बिन्दुओं पर मिलते हैं। T वृत्त के दीर्घ चाप पर R तथा S के मध्य कोई बिन्दु है। यदि ∠BAC = 32°, ∠RTS = ?

(a) 32° (b) 64°
(c) 74° (d) 106°

Ex.9. In the given figure BC is the chord of a circle with the centre O. A is any point on major arc BC as shown in the figure. What is the value of ∠BAC + ∠OBC ?

दिये गये चित्र में BC, O केन्द्र वाले वृत्त की जीवा हैं। A दीर्घ चाप BC पर कोई बिन्दु है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। ∠BAC + ∠OBC का मान क्या है?

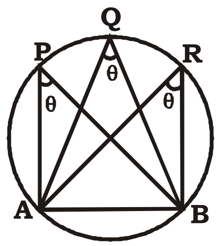


(a) 120° (b) 180°
(c) 90° (d) 60°

(ii) The angle in the same segment of a circle are equal i.e.

किसी वृत्त के एक ही वृत्तखंड में बने कोण बराबर होते हैं।

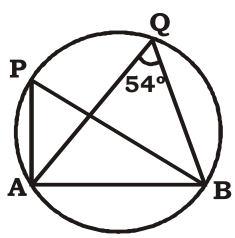
Maths by Aditya Ranjan sir



$\angle APB = \angle AQB = \angle ARB$

Ex.1. **In the given figure, AB is a chord and P and Q are two points on the circle such that $\angle AQB = 54°$, then $\angle APB$ is :**

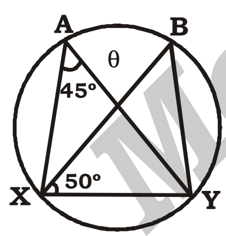
दिये गये चित्र में **O** केन्द्र और **AB** जीवा है। यदि **P** और **Q** वृत्त पर दो बिन्दु इस प्रकार हों कि $\angle AQB = 54°$, तो $\angle APB$ है:



(a) 36° (b) 46°
(c) 54° (d) 27°

Ex.2. **In the given figure, what is $\angle BYX$ equal to :**

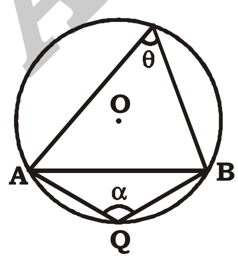
दिये गये चित्र में $\angle BYX$ का मान बराबर है :



(a) 45° (b) 50°
(c) 85° (d) 90°

(iii) **The angle subended by an arc in the major segment is acute and that in the minor segment is obtuse.**

किसी चाप द्वारा दीर्घ वृत्तखंड में बनाया गया कोण न्यून कोण और लघु वृत्तखंड में बनाया गया अधिक कोण होता है।



Let $\overset{\frown}{AB}$ is an arc and P and Q are the points on the circumference, then

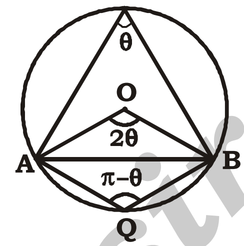
यदि $\overset{\frown}{AB}$ एक चाप है और **P** तथा **Q** परिधि पर दो बिन्दु हैं, तो

$\angle APB < 90°$ and $\angle AQB > 90°$

(iv) **(a) If AB is a chord, O is the centre and P and Q are any points in the major and the minor segments of the circle respectively, then**

यदि **AB** जीवा, **O** केन्द्र और **P** तथा **Q** क्रमशः दीर्घ वृत्तखंड और लघु वृत्तखंड में दो बिन्दु हैं, तो

If $\angle APB = \theta$, then



$\angle AOB = 2\theta$ and $\angle AQB = \pi - \theta$.

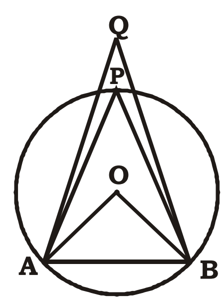
(b) The angles in the major segment and the minor segment are supplementary.

दीर्घ वृत्तखंड और लघु वृत्तखंड में कोण अनुपूरक होते हैं।

(v) **If AB is a chord, O is the centre, P is a point on the circle and a point Q outside the circle, then**

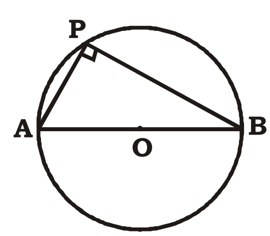
यदि **AB** जीवा, **O** केन्द्र तथा **P** वृत्त पर कोई बिन्दु और **Q** वृत्त के बाहर कोई बिन्दु हो तो

$\angle AQB < \angle APB < \angle AOB$.



(vi) **The angle of a semicircle is a right angle.**

अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।



If AB bs a diameter and P any point on the circumference, then

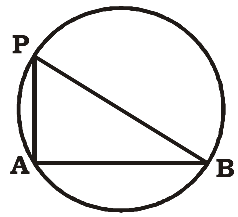
यदि **AB** व्यास और **P** परिधि पर कोई बिन्दु हो तो

$\angle APB = 90°$

Maths by Aditya Ranjan sir

Ex.1. In the given figure, the centre of the circle lies on AB and P is any point on the circle and $\angle ABP = 35°$, then $\angle PAB$ is :

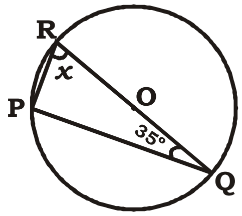
दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र AB पर स्थित है और P वृत्त पर कोई बिन्दु है, $\angle ABP = 35°$ है, तो $\angle PAB$ है :



(a) 65° (b) 55°
(c) 35° (d) 90°

Ex.2. In the given figure, O is the centre then the value of x is :

यदि O वृत्त का केन्द्र हो तो दिये गये चित्र में x का मान है :



(a) 60° (b) 45°
(c) 65° (d) 55°

Ex.3. Length of a chord of a circle is $\sqrt{3}$ times the radius of the circle. Then the angle formed by the chord in the major arc is :

किसी वृत्त के जीवा की लंबाई वृत्त की त्रिज्या की $\sqrt{3}$ तिगुनी है। जीवा द्वारा वृत्त के दीर्घ चाप में बनाए गए कोण का मान है :

(a) 30° (b) 60°
(c) 45° (d) 90°

Ex.4. O is the centre of the circle passing through the points A, B and C such that $\angle BAO = 30°$, $\angle BCO = 40°$ and $\angle AOC = x°$. What is the value of x ?

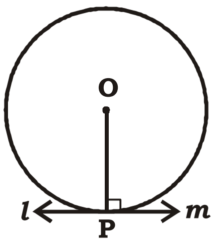
A, B तथा C से होकर गुजरने वाले वृत्त का केन्द्र O इस प्रकार है कि $\angle BAO = 30°$, $\angle BCO = 40°$ और $\angle AOC = x°$ है। x का मान क्या है?

(a) 220° (b) 140°
(c) 210° (d) 280°

Property-6

(i) The tangent at any point on a circle is perpendicular to the radius drawn through the point of contact.

वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से होकर खींची गई त्रिज्या पर लम्ब होती है।

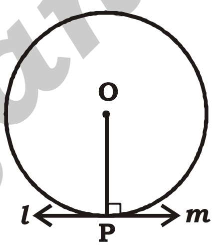


If the $\overleftrightarrow{lm}$ is a tangent, O is the centre and P is the point of contact, then $OP \perp lm$.

यदि $\overleftrightarrow{lm}$ एक स्पर्श रेखा है, O केन्द्र है और P स्पर्श बिन्दु है, तो $OP \perp lm$.

(ii) A line drawn through the end-point of a radius and it is perpendicular to the radius. It is the tangent to the circle.

त्रिज्या के अंत बिन्दु से होकर और इस पर लम्बवत खींची गई कोई रेखा वृत्त की स्पर्श रेखा होती है।



If O is the centre, P is the point of contact and $lm \perp OP$, then lm is the tangent.

यदि O केन्द्र है, P स्पर्श बिन्दु है और $OP \perp lm$ तो $\overleftrightarrow{lm}$ एक स्पर्श रेखा है।

Ex.1. From a point P, 13 cm away from the centre, a tangent PT of length 12 cm is drawn. Find the radius of the circle.

केन्द्र से 13 सेमी दूर स्थित किसी बिन्दु P से 12 सेमी लम्बी एक स्पर्श रेखा PT खींची गई है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(a) 5 cm (b) 6 cm
(c) 7 cm (d) 8 cm

Ex.2. The length of the tangent drawn to a circle of radius 4 cm from a point 5 cm away from the centre of the circle is :

4 सेमी त्रिज्या वाले किसी वृत्त के केन्द्र से 5 सेमी दूर स्थित किसी बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई है :

(a) 3 cm (b) $3\sqrt{2}$ cm
(c) $5\sqrt{2}$ cm (d) $4\sqrt{2}$ cm

Maths by Aditya Ranjan sir

Ex.3. A point Q is 13 cm from the centre of a circle. The length of the tangent drawn from Q to a circle is 12 cm. The distance of Q from the nearest point of the circle is :

किसी वृत्त के केन्द्र से 13 सेमी की दूरी पर कोई बिन्दु Q है। Q से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई 12 सेमी है। वृत्त के समीपस्थ बिन्दु से Q की दूरी है :

(a) 7 cm (b) 8 cm
(c) 5 cm (d) 12 cm

Ex.4. What is the length of the perpendicular drawn from the centre of a circle of radius r on the chord of length $\sqrt{3}r$.

r त्रिज्या वाले किसी वृत्त के केन्द्र से $\sqrt{3}r$ लम्बाई वाली जीवा पर डाले गए लम्ब की लंबाई क्या है?

(a) $\frac{r}{2}$ (b) r
(c) $\frac{r}{4}$ (d) $\sqrt{2}r$

Ex.5. PQ and RS are the two parallels chords of a circle whose redius is 10 cm and the centre is O. If PQ = 12 cm and RS = 16 cm and both lie on the oppsite sides of the centre, find the perpendicular distance between PQ and RS.

PQ तथा RS, 10 सेमी त्रिज्या और O केन्द्र वाले किसी वृत्त की दो समानांतर जीवाएँ हैं। यदि PQ = 12 सेमी और RS = 16 सेमी तथा दोनों केन्द्र के विपरीत ओर स्थित हैं। PQ तथा RS के बीच की लंबवत दूरी ज्ञात कीजिए।

(a) 2 cm (b) 28 cm
(c) 18 cm (d) 14 cm

Ex.6. The length of the chord of a circle is 8 cm and perpendicular distance between centre and the chord is 3 cm. Then the radius of the circle is equal to :

किसी वृत्त की जीवा की लंबाई 8 सेमी और केन्द्र से जीवा की लंबवत दूरी 3 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(a) 4 cm (b) 5 cm
(c) 6 cm (d) 8 cm

Ex.7. The length of two chords AB and AC of a circle are 8 cm and 6 cm and ∠BAC = 90°, then the radius of circle is :

किसी वृत्त की दो जीवाओं AB तथा AC की लंबाई 8 सेमी तथा 6 सेमी और ∠BAC = 90° है, तो वृत्त की त्रिज्या है:

(a) 4 cm (b) 5 cm
(c) 20 cm (d) 25 cmEx.

Ex.8. AB = 8 cm and CD = 6 cm are two parallel chords on the same side of the centre of a circle. The distance between them is 1 cm. The radius of the circle is :

AB = 8 सेमी और CD = 6 सेमी, वृत्त के केन्द्र की एक ही ओर स्थित दो समांतर जीवाएँ हैं। उनके बीच की दूरी 1 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या है :

(a) 2 cm (b) 3 cm
(c) 4 cm (d) 5 cm

Ex.9. The distance between two parallel chords of length 8 cm each in a circle of diameter 10 cm is :

10 सेमी व्यास वाले किसी वृत्त की प्रत्येक 8 सेमी. लंबी दो समांतर जीवाओं की बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

(a) 5.5 cm (b) 6 cm
(c) 7 cm (d) 8 cm

Ex.10. AB and CD are two parallel chords of a circle such that AB = 10 cm and CD = 24 cm. If the chords are on the opposite sides of the centre and distance between them is 17 cm, then the radius of the circle is :

किसी वृत्त की दो समांतर जीवाएँ AB और CD इस प्रकार हैं कि AB = 10 सेमी और CD = 24 सेमी है। यदि जीवाएँ केन्द्र के विपरीत दिशाओं में है और उनके बीच की दूरी 17 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(a) 11 cm (b) 10 cm
(c) 12 cm (d) 13 cm

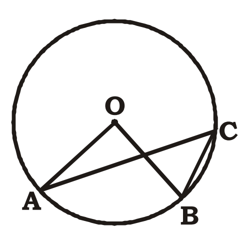
Ex.11. One chord of a circle is known to be 10.1 cm. The radius of this cirle must be :

किसी वृत्त की एक जीवा की लंबाई 10.1 सेमी ज्ञात है। वृत्त की त्रिज्या होनी चाहिए :

(a) 15 cm
(b) greater than 5 cm
(c) greater than or equal to 5 cm
(d) less than 5 cm

Ex.12. In the figure given below ∠AOB = 46°, AC and OB intersect each other at right angles. What is the measure of ∠OBC (Where O is the centre of the circle) ?

नीचे दिये गये चित्र में ∠AOB = 46°, AC और OB एक-दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेदित करती है। ∠OBC की माप क्या है (जहाँ O वृत्त का केन्द्र है)

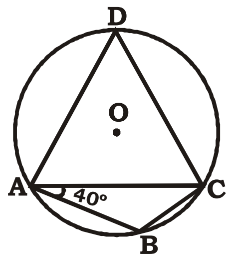


(a) 44° (b) 46°
(c) 67° (d) 78.5°

Maths by Aditya Ranjan sir

Ex.13. In the given figure, O is the centre of a circle circumscribing a quadralateral ABCD. If AB = BC and ∠BAC = 40°, then what is ∠ADC equal to :

दिये गए चित्र में O वृत्त का केन्द्र है। वृत्त के भीतर चतुर्भुज ABCD है। यदि AB = BC और ∠BAC = 40° है, तो ∠ADC का मान क्या है?

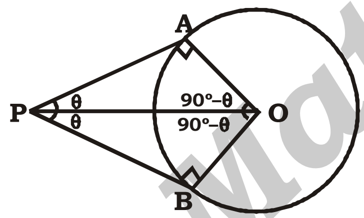


(a) 50° (b) 60°
(c) 70° (d) 80°

Property-7

(i) Two tangent PA and PB are drawn from an external point P on a circle, whose centre is O, then

O केन्द्र वाले किसी वृत्त में वाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB खींची गई है।

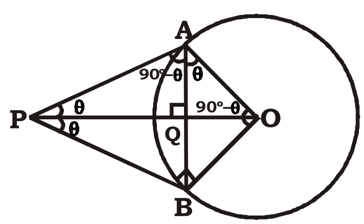


(a) ΔPAO ≅ ΔPBO
(b) PA = PB
(c) ∠PQO = ∠PBO = 90°
(d) ∠APO = ∠BOP

(ii) Two tangents PA and PB are drawn from an external point P, O is the center and the point Q is the point of intersection of PO and AB, then

O केन्द्र वाले किसी वृत्त में वाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB खींची गई है और बिन्दु Q, PO और AB का प्रतिच्छेद बिन्दु है, तो

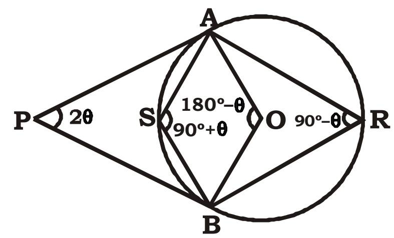
(a) ΔPQA ~ ΔPQB



(b) ΔPQA ~ ΔPAO ~ ΔAQO

(iii) PA and PB are two tangents, O is the center of the circle and R and S are the points on the circle, then

O केन्द्र वाले किसी वृत्त में वाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB खींची गई है और R तथा S वृत्त पर दो बिन्दु हैं :



Let APB = 2θ, then
∠AOB = 180° – 2θ
∠ARB = 90° – θ
∠ASB = 90° + θ

Ex.1. The tangents at two points A and B on the circle with the centre O intersects at P. If in quadrilateral PAOB, ∠AOB : ∠APB = 5 : 1, the measure of ∠APB is :

O केन्द्र वाले वृत्त के दो बिन्दुओं A तथा B पर स्पर्श रेखाएँ P पर प्रतिच्छेदित करती हैं। यदि चतुर्भुज PAOB में ∠AOB : ∠APB = 5 : 1 है, तो ∠APB की माप है :

(a) 30° (b) 15°
(c) 45° (d) 60°

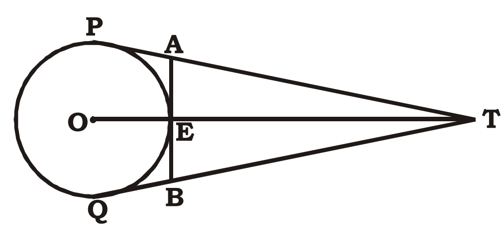
Ex.2. Let P and Q be two points on a circle with the center O. If two tangents of the circle through P and Q meet at A with ∠PAQ = 48°, then ∠APQ is :

P और Q, O केन्द्र वाले वृत्त पर दो बिन्दु हैं। P तथा Q से गुजरने वाली वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ A पर इस प्रकार मिलती हैं कि ∠PAQ = 48° है, तो ∠APQ का मान है :

(a) 60° (b) 90°
(c) 66° (d) 48°

Ex.3. In the given figure, from a point T, 13 cm away from the center O of a circle of radius 5 cm, the two tangents PT and QT are drawn. What is the length of AB?

दिये गये चित्र में 5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त में केन्द्र O से 13 सेमी दूर बिन्दु T से दो स्पर्श रेखाएँ PT तथा QT खींची गई है। AB की लंबाई क्या है?



Maths by Aditya Ranjan sir

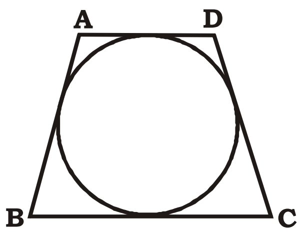
(a) $\frac{19}{3}$ cm (b) $\frac{40}{13}$ cm

(c) $\frac{22}{3}$ cm (d) $\frac{20}{3}$ cm

Property-8

(i) If a quadrilateral ABCD circumscribe a circle then

यदि चतुर्भुज ABCD के अंदर एक वृत्त बना हो, तो



AB + CD = BC + AD

Ex.1. A quadrilateral ABCD circumscribed a circle and AB = 6 cm, CD = 5 cm and AD = 7 cm. The length of the side BC is :

चतुर्भुज ABCD के अंदर एक वृत्त बना हुआ है और AB = 6 सेमी, CD = 5 सेमी तथा AD = 7 है। भुजा BC की लंबाई है :

(a) 3 cm (b) 5 cm

(c) 4 cm (d) 6 cm

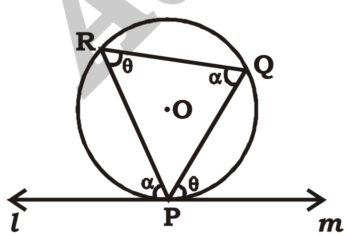
Property-9

Alternate Segment Theorem/

एकांतर अंत:खण्ड प्रमेय

(i) A chord is drawn through the point of contact of a tangent, then the angles which the chord makes with the tangent is equal to the angle made by that chord in the alternate segment.

स्पर्श रेखा के स्पर्श बिन्दु से होकर एक जीवा खींची गई है तो जीवा द्वारा स्पर्श रेखा पर बनाया गया कोण जीवा द्वारा एकांतर खंड में बने कोण के बराबर होता है।



Let $\angle MPQ = \theta$, then

$\angle PRQ = \theta$

and let $\angle lPR = \alpha$, then

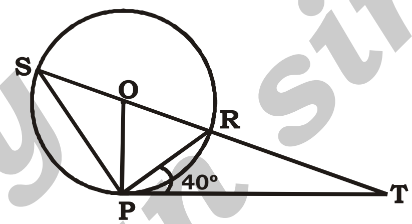
$\angle PQR = \alpha$

Note : Whenever you see the terms *Chord* and *Tangent* together in a question and you have to find angle then you must check the applicability of alternate segment theorem.

नोट : जब भी आप किसी प्रश्न में जीवा और स्पर्शरेखा को एक साथ देखते हैं और आपको कोण ज्ञात करना होता है तो आपको एकांतर अंत:खंड प्रमेय की प्रयोज्यता की जांच करनी चाहिए।

Ex.1. In the given figure, O is the center of the circle and PT is the tangent at P. If $\angle RPT = 40°$, then $\angle RTP$ is :

दिये गये चित्र में O वृत्त का केन्द्र है और PT बिन्दु P पर स्पर्श रेखा है। यदि $\angle RPT = 40°$ है, तो $\angle RTP$ है :

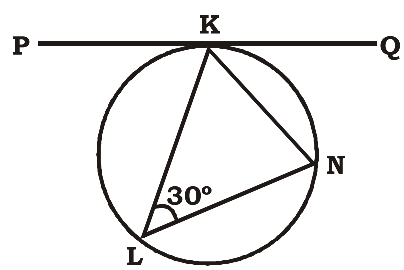


(a) 40° (b) 10°

(c) 20° (d) 30°

Ex.2. In the given figure PKQ is tangent. LN is the diameter of the circle. If $\angle KLN = 30°$, find $\angle PKL$.

दिये गये चित्र में PKQ एक स्पर्श रेखा है। LN वृत्त का व्यास है। यदि $\angle KLN = 30°$ है, तो $\angle PKL$ का मान ज्ञात करें।



(a) 45° (b) 60°

(c) 30° (d) 90°

Ex.3. AB is a chord to a circle and PAT is a tangent to the circle at A. If $\angle BAT = 75°$ and $\angle BAC = 45°$, C being a point on circle then $\angle ABC$ is equal to :

AB किसी वृत्त की जीवा तथा PAT बिन्दु A पर वृत्त की स्पर्श रेखा है। यदि $\angle BAT = 75°$ और $\angle BAC = 45°$ है, C वृत्त पर कोई बिन्दु है, तो $\angle ABC$ बराबर है:

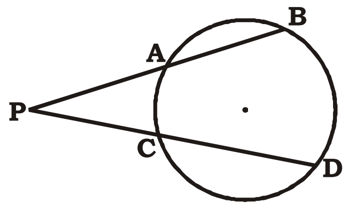
(a) 60° (b) 45°

(c) 75° (d) 90°

Maths by Aditya Ranjan sir

Property-10

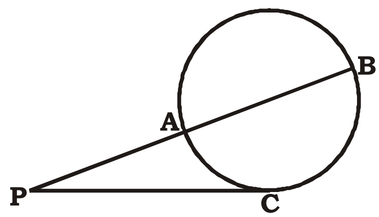
(i) PA × PB = PC × PD



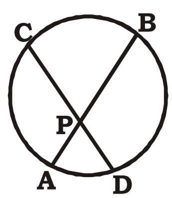
(ii) If PC be a tangent, then

यदि PC स्पर्श रेखा हो, तो

PA × PB = PC^2



(iii) PA × PB = PC × PD



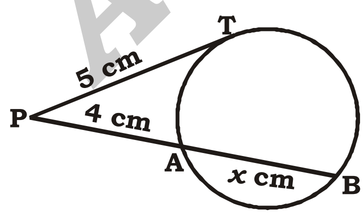
Ex.1. ABCD is a cyclic quadrilateral, AB and CD when produced meet at P. If PA = 8 cm, PB = 6 cm, PC = 4 cm, the length (in cm) of PD is :

ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें AB और CD को बढ़ाने पर वे बिन्दु P पर मिलते हैं। यदि PA = 8 सेमी, PB = 6 सेमी, PC = 4 सेमी है, तो PD की लंबाई (सेमी में) है :

(a) 8 cm (b) 12 cm
(c) 6 cm (d) 10 cm

Ex.2. In the given figure PAB is a secant and PT is a tangent to the circle from P. If PT = 5 cm, PA = 4 cm and AB = x cm, then x is

दिये गये चित्र में PAB एक छेदक रेखा और PT बिन्दु P से वृत्त पर स्पर्श रेखा है। यदि PT = 5 सेमी, PA = 4 सेमी और AB = x सेमी है, तो x का मान है :

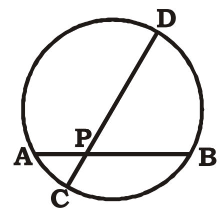


(a) $\frac{4}{9}$ cm (b) $\frac{9}{4}$ cm

(c) 5 cm (d) $\frac{2}{3}$ cm

Ex.3. In the given figure, PA = 4 cm, PB = 9 cm, PC = x cm and CD = $6x - 3$, then the value of x is :

दिये गये चित्र में PA = 4 सेमी, PB = 9 सेमी और PC = x सेमी और CD = $(6x - 3)$ है, तो x का मान है :



(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

Ex.4. Two tangents from point P are drawn to a circle whose center is O. If the two tangents touche circle at points A and B and ∠AOB : ∠APB = 7 : 2, what is the measure of ∠AOB = ?

O केन्द्र वाले किसी वृत्त पर बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। यदि दोनों स्पर्श रेखाएँ वृत्त को बिन्दु A तथा B पर स्पर्श करती हों और ∠AOB : ∠APB = 7 : 2 हो, तो ∠AOB की माप क्या है?

(a) 70° (b) 140°
(c) 120° (d) 100°

Ex.5. Two tangents from a point P are drawn to a circle which touch the circle at points A and B, respectively. If O is the centre of the circle and ∠PAB = 64°, then ∠APB is :

O केन्द्र वाले किसी वृत्त पर बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। यदि दोनों स्पर्श रेखाएँ वृत्त को बिन्दु A तथा B पर स्पर्श करती हों और ∠PAB = 64° हो, तो ∠APB की माप क्या है?

(a) 26° (b) 52° (c) 58° (d) 48°

Ex.6. From a point P, two tangents PA and PB are drawn to a circle with centre O. If OP is equal to diameter of the circle, then ∠APB is :

O केन्द्र वाले किसी वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB खींची गई है। यदि OP वृत्त के व्यास के बराबर हो, तो ∠APB की माप है :

(a) 45° (b) 90°
(c) 30° (d) 60°

Ex.7. The length of the tangent drawn to a circle of radius 4 cm from a point 5 cm away from the centre of the circle is :

4 सेमी त्रिज्या के किसी वृत्त के केन्द्र से 5 सेमी की दूरी पर स्थित किसी बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई है :

(a) 3 cm (b) $4\sqrt{2}$ cm

(c) $5\sqrt{2}$ cm (d) $3\sqrt{2}$ cm

Maths by Aditya Ranjan sir

Ex.8. XY and XZ are tangent to a circle. ST is another tangent to the circle at the point R on the circle, which intersects XY and XZ at S and T respectively. If XY = 15 cm and TX = 9 cm, then RT is :

XY तथा XZ किसी वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं। वृत्त के बिन्दु R पर ST एक अन्य स्पर्श रेखा हैं जो XY तथा XZ को क्रमशः S तथा T पर प्रतिच्छेद करती है। यदि XY = 15 सेमी और TX = 9 सेमी हो, तो RT है :

(a) 4.5 cm
(b) 7.5 cm
(c) 6 cm
(d) 3 cm

Ex.9. P and Q are two points on a circle with centre at O. R is a point on the minor arc at the circle between the points P and Q. The tangents to the circle at the point P and Q meet each other at the point S. If $\angle PSQ = 20°$, then $\angle PRQ$ = ?

O केन्द्र वाले किसी वृत्त पर दो बिन्दु P तथा Q है। R बिन्दुओं P तथा Q के बीच लघु चाप पर स्थित कोई बिन्दु है। वृत्त के बिन्दु P तथा Q पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ एक-दूसरे से बिन्दु S पर मिलती हैं। यदि $\angle PSQ = 20°$ हो, तो $\angle PRQ$ का मान है :

(a) 80° (b) 200°
(c) 160° (d) 100°

Ex.10. ABCD is a quadrilateral, the side of which touch a circle. Which one of the following is correct?

ABCD एक चतुर्भुज है जिसकी भुजाएँ किसी वृत्त को स्पर्श करती हैं। निम्न में से कौन-सा एक सत्य है?

(a) AB + AD = CB + CD
(b) AB : CD = AD : BC
(c) AB + CD = AD + BC
(d) AB : AD = CB : CD

Ex.11. AB is a chord to a circle and PAT is the tangent to the circle at A. If $\angle BAT = 75°$ and $\angle BAC = 45°$, C being a point on circle then $\angle ABC$ is :

AB किसी वृत्त की जीवा तथा PAT बिन्दु A पर वृत्त की स्पर्श रेखा है। यदि $\angle BAT = 75°$ और $\angle BAC = 45°$ है, C वृत्त पर कोई बिन्दु है, तो $\angle ABC$ है :

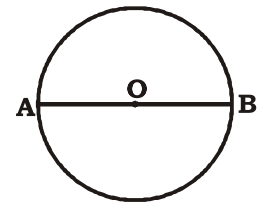
(a) 40° (b) 45°
(c) 60° (d) 70°

Property-11

(i) If radius = r and O is the centre of a circle

यदि r त्रिज्या और O वृत्त का केन्द्र हो, तो

(a) Diameter/व्यास (AB) = $2r$



(b) Circuymference/परिधि = $2\pi r$

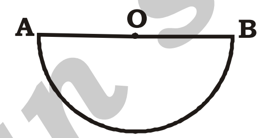
(c) Area/क्षेत्रफल = πr^2

Ex.1. Find the area of a circle, whose radius is 7 cm $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

उस वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 7 सेमी है (π = 22/7)

(a) 77 cm² (b) 154 cm²
(c) 99 cm² (d) 140 cm²

(ii) Semi-circle/अर्द्धवृत्त



(a) Diameter/व्यास = $2r$

(b) Perimeter/परिमाप = $r(2 + \pi)$

(c) Area/क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2}{2}$

Ex.1. Find the area of the semi-circle whose radius is 3.5 cm $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

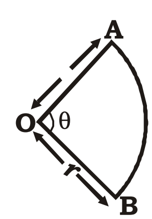
उस अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 3.5 सेमी है। (π = 22/7)

(a) 12.30 cm² (b) 15.75 cm²
(c) 19.25 cm² (d) 22.25 cm²

(iii) Sector/वृत्तखंड (If $\angle AOB = \theta$)

(a) Perimeter/परिमाप = $r(2 + \theta)$

(b) Area/क्षेत्रफल = $\pi r^2 \times \left(\frac{\theta}{360°}\right)$



Ex.1. Let the radius of a circle is 7 cm. Find the area of the minor sector which makes an angle of 60°. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

Maths by Aditya Ranjan sir

यदि किसी वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी हो तो लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो 60° का कोण बनाता हो। (π = 22/7)

(a) $5\frac{2}{3}$ cm² (b) $25\frac{2}{3}$ cm²

(c) $25\frac{4}{9}$ cm² (d) $10\frac{4}{3}$ cm²

Ex.2. Find the area of the minor sector which makes an angle 45° at the centre of a circle whose radius is 14 cm.

उस लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो 14 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के केन्द्र पर 45° का कोण बनाता है।

(a) 77 cm² (b) 98 cm²

(c) 140 cm² (d) 208 cm²

Ex.3. The arc AB of the circle with the center at O and the radius 10 cm has length 16 cm. What is the area of the sector bounded by the radii OA, OB and the arc AB?

O केन्द्र तथा 10 सेमी त्रिज्या वाले किसी वृत्त के चाप AB की लंबाई 16 सेमी है। त्रिज्याओं OA, OB तथा चाप AB द्वारा घिरे वृत्तखंड का क्षेत्रफल क्या है?

(a) 40 π sq. cm (b) 49 sq. cm

(c) 80 sq. cm (d) 20 π sq. cm

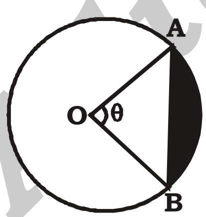
Ex.4. An arc PQ of a circle whose centre is O and the radius is 12 cm is 20 cm, what is the area of the minor sector bounded by the radii PO and QO and the arc PQ?

O केन्द्र तथा 12 सेमी त्रिज्या के किसी वृत्त के चाप PQ की लंबाई 20 सेमी है। उस लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल क्या होगा जो त्रिज्या PO तथा QO और चाप PQ द्वारा घिरा हुआ है।

(a) 240 cm² (b) 120 cm²

(c) 200 cm² (d) 360 cm²

(c) Minor segment/लघु त्रिज्यखंड (If $\angle AOB = \theta$)



(d) Area (Shaded part)/छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$= \frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi\theta}{180°} - \sin\theta\right)$$

Ex.1. What is the area of the minor segment of a circle of radius 10.5 cm formed by a chord which makes an angle 30° at the centre?

10.5 सेमी त्रिज्या के वृत्त में केन्द्र पर जीवा द्वारा 30° का कोण बनाने से बने लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) $\frac{21}{8}$ cm² (b) $\frac{21}{16}$ cm²

(c) $\frac{21}{4}$ cm² (d) $\frac{63}{8}$ cm²

Ex.2. What is the area of the larger segment of a circle formed by a chord of length 5 cm subtending an angle of 90° at the centre?

5 सेमी लंबी जीवा जो केन्द्र पर 90° का कोण बनाती है, के द्वारा बने वृत्त के बड़े त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल क्या है?

(a) $\frac{25}{4}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ cm²

(b) $\frac{25}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ cm²

(c) $\frac{25}{4}\left(\frac{3\pi}{2}-1\right)$ cm²

(d) None of these

Type-12

Two circles : If two circles are given, then

दो वृत्त : यदि दो वृत्त दिया गया हो, तो

(i) Number of common tangents

उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या

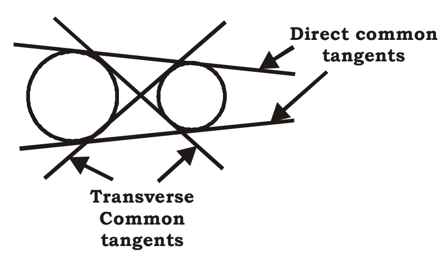
(a) When two circles are separated

जब दो वृत्त अलग-अलग हों

Number of common tangents

उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या

= 2 (2 Direct/अनुस्पर्श + 2 Transverse/अनुप्रस्थ)



(b) When two circles touch externally

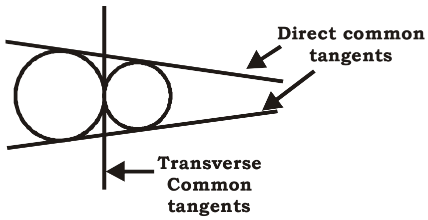
जब दो वृत्त वाह्यत: स्पर्श करते हों

Number of common tangents

उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या

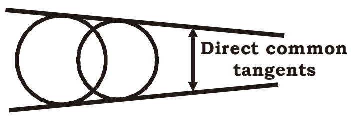
= 3 (2 Direct/अनुस्पर्श + 1 Transverse/अनुप्रस्थ)

Maths by Aditya Ranjan sir



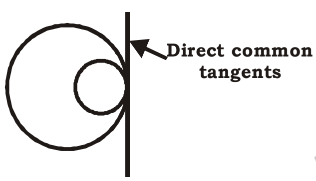
(c) When two circle intersect, Number of common tangents = 2(2 Directs)

जब दो वृत्त प्रतिच्छेद करते हों, तो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या = 2 (2 Direct/अनुस्पर्श)



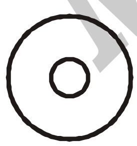
(d) When two circles touch internally, Number of common tangents = 1(1 Direct)

जब दो वृत्त अंतः स्पर्श करते हों, तो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या = 1 (1 Direct/अनुस्पर्श)



(e) Whe one circle is inside the other Number of common tangents = 0

जब एक वृत्त दूसरे के अंदर हो, तो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या = 0



Ex.1. When the number of common tangents of two circles is 0 and their radii are R and r, then which of the following must be true?

यदि दो वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या 0 हों और उनकी त्रिज्याएँ R तथा r हों, तो निम्न में से कौन-सा अवश्य ही सत्य होगा?

(a) $R - r = 0$ (b) $R - r > 0$
(c) $R - r < 0$ (d) Either (b) or (c)

Ex.2. When two circles of equal radii touch each other externally, the number of common tangents is/are :

जब समान त्रिज्या की दो वृत्त एक-दूसरे से वाह्ययत: स्पर्श करे तो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या होगी :

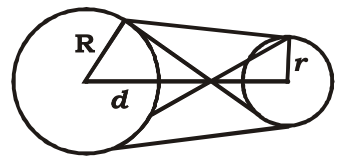
(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 0

(ii) Length of the common tangent :

उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई

(a) When two circles of radii R and r are separated such that the distance between their centrers is d, then

जब R तथा r त्रिज्या के दो वृत्त उनके केन्द्रों के बीच की दूरी d द्वारा अलग किये गये हों, तो



Length of the direct common tangent /अनुस्पर्श उभयनिष्ठ रेखा की लंबाई

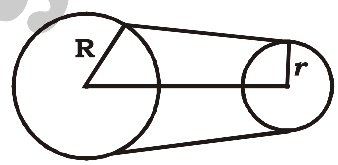
$$= \sqrt{d^2 - (R-r)^2}$$

Length of the common common tangent/अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ रेखा की लंबाई

$$= \sqrt{d^2 - (R+r)^2}$$

(b) When two circles of radii R and r touch each other extremally, then

जब R तथा r त्रिज्या के दो वृत्त एक-दूसरे को वाह्ययत: स्पर्श करते हों, तो



Distance between the centre = $R + r$

केन्द्रों के बीच की दूरी

Length of the direct common tangent/ अनुस्पर्श उभयनिष्ठ रेखा की लंबाई

$$= 2\sqrt{Rr}$$

Note : In all of the above cases if $R = r$, then length of the direct common tangent = d = distance between the center.

नोट : उपर्युक्त सभी दशाओं में यदि $R = r$ हो, तो अनुस्पर्श उभयनिष्ठ रेखा की लंबाई = d = केन्द्रों के बीच की दूरी।

Ex.3. Two circles with radii 25 cm and 9 cm touch each other externally. The length of the direct common tangent is :

25 सेमी और 9 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्त एक-दूसरे को वाह्य स्पर्श करते हैं। अनुस्पर्श उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई है :

(a) 34 cm (b) 30 cm
(c) 36 cm (d) 32 cm

Maths by Aditya Ranjan sir

Ex.4. The distance between the centre of two equal circles each of radius 3 cm, is 10 cm, the length of the transverse common tangent is :

समान त्रिज्या 3 सेमी के दो वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी 10 सेमी है, अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई है :

(a) 6 cm (b) 4 cm
(c) 10 cm (d) 8 cm

Ex.5. When two circles of radii 18 cm and 2 cm touch each other externally, the length of the direct common tangent is :

जब 18 सेमी और 2 सेमी त्रिज्या के दो वृत्त एक-दूसरे से वाह्यतः स्पर्श करते हों, तो अनुस्पर्श उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई है :

(a) 20 cm (b) 16 cm
(c) 22 cm (d) 9 cm

Ex.6. The distance between the centres of two circles having radii 4.5 cm and 3.5 cm respectively is 10 cm. What is the length of the transverse common tangent of these circles?

4.5 सेमी तथा 3.5 सेमी त्रिज्या के दो वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी 10 सेमी है। इन वृत्तों के अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

(a) 8 cm (b) 7 cm
(c) 6 cm (d) None of these

Ex.7. If the radii of two circles be 6 cm and 3 cm and the length of the transverse common tangent be 8 cm, then the distance between the two centres is :

यदि दो वृत्तों की त्रिज्या 6 सेमी और 3 सेमी तथा अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई 8 सेमी हो, तो दो केन्द्रों के बीच की दूरी है :

(a) $\sqrt{145}$ cm (b) $\sqrt{140}$ cm
(c) $\sqrt{150}$ cm (d) $\sqrt{135}$ cm

Ex.8. Two circles are of radii 7 cm and 2 cm their centers being 13 cm apart. Then the length of direct common tangent to the circles between the points of contact is :

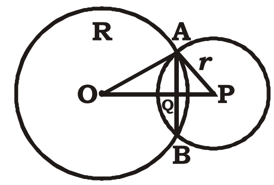
दो वृत्तों की त्रिज्या 7 सेमी तथा 2 सेमी और उनके केन्द्र 13 सेमी की दूरी पर हैं। तो वृत्त पर स्पर्श बिन्दुओं के बीच अनुस्पर्श उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई है :

(a) 12 cm (b) 15 cm
(c) 10 cm (d) 5 cm

(iii) Common Chord/उभयनिष्ठ जीवा

(a) Two circles of radii R and r intersects and AB is the common chord, then

R तथा r त्रिज्या के दो वृत्त एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करते हों तथा AB उनकी उभयनिष्ठ जीवा हो, तो



O and P are the centers AB is common chord,

O तथा P केन्द्र और AB उभयनिष्ठ जीवा है

$$AQ = BQ = \frac{AB}{2}$$

$$OP = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} + \sqrt{r^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2}$$

$\angle AQO = \angle AOP = 90°$

Ex.9. The length of the common chord of two intersecting circles is 24 cm. If the diameters of the circles are 30 cm and 26 cm, the distance between the centres (in cm) is :

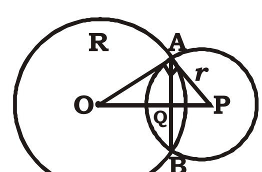
दो प्रतिच्छेदी वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई 24 सेमी है। यदि वृत्तों के व्यास 30 सेमी तथा 26 सेमी हो, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी (सेमी में) है :

(a) 13 (b) 16
(c) 14 (d) 15

(b) When/जब $\angle OAP = 90°$ i.e.

The tangent of a circle at point A or B pass through the centre of the other circle.

बिन्दु A अथवा B पर वृत्त की स्पर्श रेखा दूसरे वृत्त के केन्द्र से होकर जाएगी



$$OP = \sqrt{R^2 + r^2}$$

$$OQ = \frac{R^2}{\sqrt{R^2 + r^2}}$$

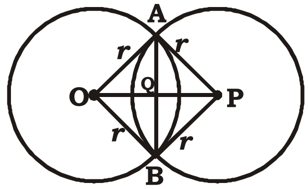
$$QP = \frac{r^2}{\sqrt{R^2 + r^2}}$$

$$AB = \frac{2Rr}{\sqrt{R^2 + r^2}}$$

(c) When radii of both the circles are equal, then $R = r$.

जब दोनों वृत्त की त्रिज्या समान हो, तो $R = r$

Maths by Aditya Ranjan sir



$OP = \sqrt{4R^2 - AB^2}$

$OQ = PQ = \dfrac{OP}{2}$

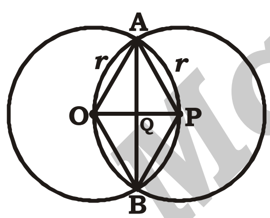
Ex.10. Two equal circles whose centres are O and O′ intersect each other at the points A and B. OO′ = 12 cm and AB = 16 cm, the radius of the circle is :

दो समान वृत्त जिनके केन्द्र O तथा O′ हैं, बिन्दुओं A तथा B पर प्रतिच्छेद करते हैं। OO′ = 12 सेमी और AB = 16 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(a) 14 cm (b) 10 cm
(c) 12 cm (d) 8 cm

(d) When radii of both the circles are equal and the both the circles pass through the centres of the other circle, *i.e.* $R = r$

जब दो वृत्तों की त्रिज्या बराबर हो तथा दोनों वृत्त एक-दूसरे के केन्द्र से होकर गुजरते हों अर्थात् R = r



ΔOPA is an equilateral triangle.

ΔOPA एक समबाहु त्रिभुज है।

$OP = r$, $AB = \sqrt{3}r$

∴ OBPA is a rhombus.

Ex.11. Two equal circles of radius 4 cm intersect each other such that each passes through the centre of the other. The length of the common chord is :

4 सेमी त्रिज्या के दो समान वृत्त एक-दूसरे के केन्द्र से गुजरते हुए एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करते हैं। उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई है :

(a) $2\sqrt{3}$ cm (b) $4\sqrt{3}$ cm
(c) $2\sqrt{2}$ cm (d) 8 cm

Ex.12. The length of the common chord of two intersecting circles is 24 cm. If the diameter of the circles 30 cm and 26 cm, then the distance between the centre (in cm) is :

दो प्रतिच्छेदी वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई 24 सेमी है। यदि वृत्त का व्यास 30 सेमी तथा 26 सेमी हो, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी (सेमी में) है :

(a) 13 cm (b) 14 cm
(c) 15 cm (d) 16 cm

Ex.13. If two equal circles whose centres are O and O′ intersect each other at the points A and B. OO′ = 12 cm and AB = 16 cm, then the radius of the circle is :

यदि O तथा O′ केन्द्र वाले दो समान वृत्त एक-दूसरे को बिन्दुओं A तथा B पर प्रतिच्छेद करते हैं। OO′ = 12 सेमी और AB = 16 सेमी है, तो वृत्त की त्रिज्या है :

(a) 10 cm (b) 8 cm
(c) 12 cm (d) 14 cm

Ex.14. Two circles of the same radius 5 cm, intersect each other at A and B. If AB = 8 cm, then the distance between the centre is :

5 सेमी त्रिज्या वाले दो समान वृत्त एक-दूसरे को A तथा B पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि AB = 8 सेमी है, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी है :

(a) 6 cm (b) 8 cm
(c) 10 cm (d) 4 cm

Ex.15. Two circles touch each other internally. Their radii are 2 cm and 3 cm. The biggest chord of the greater circle which is outside the inner circle is of length

2 सेमी तथा 3 सेमी त्रिज्या के वृत्त एक-दूसरे को अंतःस्पर्श करते हैं। बड़े वृत्त की सबसे बड़ी जीवा जो अंतःवृत्त के बाहर हैं, की लंबाई है :

(a) $2\sqrt{2}$ cm (b) $3\sqrt{2}$ cm
(c) $2\sqrt{3}$ cm (d) $4\sqrt{2}$ cm

Ex.16. The distance between the centres of the two circles of radii r_1 and r_2 is d. They will touch each other internally if :

r_1 और r_2 त्रिज्या वाले दो वृत्त के केन्द्रों के बीच की दूरी d है। वे एक-दूसरे को अंतःस्पर्श करेंगे यदि :

(a) $d = r_1$ or r_2 (b) $d = r_1 + r_2$
(c) $d = r_1 - r_2$ (d) $d = \sqrt{r_1 r_2}$

Ex.17. Two circles intersect at A and B. P is a point on produced BA. PT and PQ are tangents to the circles. The relation of PT and PQ is :

दो वृत्त A तथा B पर प्रतिच्छेद करते हैं। BA को P तक बढ़ाया गया है। PT तथा PQ वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं, तो PT तथा PQ के मध्य संबंध है :

(a) PT = 2PQ (b) PT < PQ
(c) PT > PQ (d) PT = PQ

Maths by Aditya Ranjan sir

Ex.18. P and Q are centre of two circles with radii 9 cm and 2 cm respectively where PQ = 17 cm. R is the center of another circle of radius x cm, which touches each of the above two circles externally. If $\angle PRQ = 90°$, then the value of x is :

P तथा Q क्रमशः 9 सेमी तथा 2 सेमी त्रिज्या के दो वृत्तों के केन्द्र हैं जहाँ PQ = 17 सेमी है। R, x सेमी त्रिज्या के एक अन्य वृत्त का केन्द्र है जो उपर्युक्त दोनों वृत्तों को वाह्यतः स्पर्श करता है। यदि $\angle PRQ = 90°$ है, तो x का मान ज्ञात करें।

(a) 4 cm (b) 6 cm
(c) 7 cm (d) 8 cm

Ex.19. The length of the common chord of two equal intersecting circles is 30 cm. If the diameter of the circle is 50 cm, the distance between the centre of the two circles is :

दो समान प्रतिच्छेदी वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई 30 सेमी है। यदि वृत्त का व्यास 50 सेमी हो तो, दोनों वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी है

(a) 30 cm (b) 40 cm
(c) 50 cm (d) 60 cm

Ex.20. Two circles of diameters 50 cm and 60 cm intersect each other such that the length of the common chord is 48 cm, then what is the distance between the centers of the two circles?

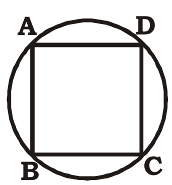
50 सेमी और 60 सेमी व्यास के दो वृत्त एक-दूसरे को इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई 48 सेमी है। दोनों वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी है :

(a) 30 cm (b) 25 cm
(c) 24 cm (d) 32 cm

Cyclic Quadrilateral/चक्रीय चतुर्भुज

If all the four vertices of a quadrilateral lie on the circumference of a circle, then the quadrilateral is called a cyclic quadrilateral.

यदि किसी चतुर्भुज की चारों शीर्ष किसी वृत्त की परिधि पर स्थित हों तो चतुर्भुज, चक्रीय चतुर्भुज कहलाता है।

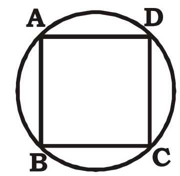


Properties of a Cyclic Quadrilateral/चक्रीय चतुर्भुज की विशेषताएँ

If ABCD is a cyclic quadrilateral, then

यदि ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज हो, तो

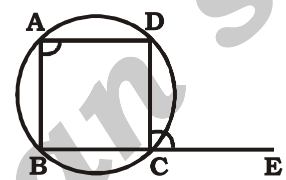
(i) The sum of the opposite angles is 180°.
विपरीत कोणों का योगफल 180° होता है।



$\angle A + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle D = 180°$

(ii) Exterior angle at a vertex = opposite interior angle. If BC is extended to E, then $\angle A = \angle DCE$.
किसी शीर्ष का वाह्य कोण = विपरीत अंतः कोण। यदि BC को E तक बढ़ाया जाए तो $\angle A = \angle DCE$

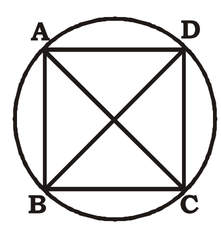


Ex.1. If an exterior angle of a cyclic quadrilateral be 50°, the interior opposite angle is :

यदि किसी चक्रीय चतुर्भुज का एक वाह्य कोण 50° है, अतः विपरीत कोण का मान है :

(a) 40° (b) 130°
(c) 50° (d) 90°

(iii) Ptolemy's Theorem : If ABCD is a cyclic quadrilateral, then
टॉल्मी का प्रमेय : यदि ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, तो



$AB \times DC + BC \times AD = AC \times BD$

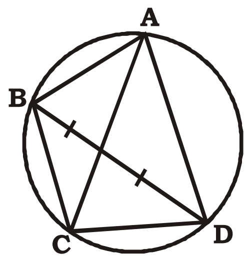
Ex.2. In a cyclic quadrilateral ABCD, AB = 8 cm, BC = 9 cm, CD = 6 cm and DA = 4 cm. If the value of BD is 7 cm, the value fo AC is :

एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD में AB = 8 सेमी, BC = 9 सेमी, CD = 6 सेमी और DA = 4 सेमी है। यदि BD का मान 7 सेमी है तो AC का मान है :

(a) 10 cm (b) 12 cm
(c) 14 cm (d) 16 cm

Maths by Aditya Ranjan sir

(iv)



If one diagonal of cyclic quadrilateral bisects other diagonal then

यदि चक्रीय चतुर्भुज का एक विकर्ण दूसरे विकर्ण को समद्विभाजित करे तो

AB × BC = CD × AD

Ex.3. In a cyclic quadrilateral ABCD, diagonal AC bisects the diagonal BD. If AB = 16.5 cm, CD = 19.8 cm and AD = 11 cm. Find BC.

किसी चक्रीय चतुर्भुज ABCD में विकर्ण AC दूसरे विकर्ण BD को समद्विभाजित करता है। यदि AB = 16.5 सेमी, CD = 19.8 सेमी और AD = 11 सेमी है। BC का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 15.2 cm (b) 17.2 cm
(c) 11.2 cm (d) 13.2 cm

Ex.4. PQRS is a cycle quadrilateral in which PQ = 14.4 cm, QR = 12.8 cm and SR = 9.6 cm. If PR bisects QS, what is the length of PS?

PQRS एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें PQ = 14.4 सेमी., QR = 12.8 सेमी. और SR = 9.6 सेमी. है। यदि PR, QS को समद्विभाजित करता है तो PS की लंबाई कितनी है?

SSC CGL Tier II (11 September 2019)

(a) 15.8 cm (b) 16.4 cm
(c) 13.6 cm (d) 19.2 cm

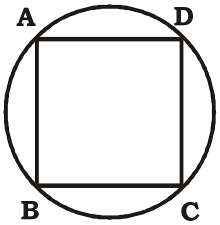
Ex.5. In a cyclic quadrilateral PQRS, diagonal QS bisects PR at point O. If PQ = 8 cm, PO = 4 cm and OS = 6 cm, then what is the value of RS?

किसी चक्रीय चतुर्भुज PQRS में विकर्ण QS, PR को बिन्दु O पर समद्विभाजित करता है। यदि PQ = 8 सेमी, PO = 4 सेमी और OS = 6 सेमी है, तो RS का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 12 cm (b) 18 cm
(c) $\frac{16}{3}$ cm (d) $\frac{9}{2}$ cm

(v) **If the cyclic quadraliteral ABCD is a parallelogrtam too, then**

यदि चक्रीय चतुर्भुज ABCD समांतर चतुर्भुज भी हो तो



ABCD will be rectangle i.e.

ABCD एक आयत होगा।

∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°

AB = CD and BC = AD

Ex.6. ABCD is a cyclic parallelogram. The angle ∠B equal to :

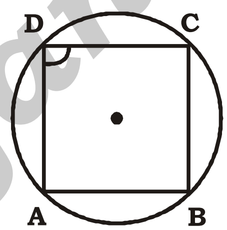
यदि ABCD एक चक्रीय समांतर चतुर्भुज हो तो ∠B बराबर है :

(a) 30° (b) 60°
(c) 45° (d) 90°

Ex.7. In a cyclic quadrilateral

किसी चक्रीय चतुर्भुज में

∠A + ∠C = ∠B + ∠D = ?



(a) 270° (b) 90°
(c) 360° (d) 180°

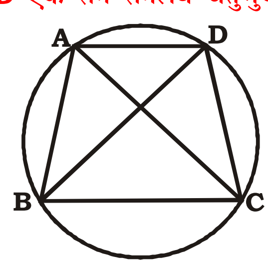
Ex.8. If ABCD is a cyclic quadrilateral in which ∠A = $4x°$, ∠B = $7x°$, ∠C = $5y°$, ∠D = $y°$, then $x : y$ is :

ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें ∠A = $4x°$, ∠B = $7x°$, ∠C = $5y°$, ∠D = $y°$ है, तो $x : y$ का मान है :

(a) 3 : 4 (b) 4 : 3
(c) 5 : 4 (d) 4 : 5

(vi) **If the cyclic quadrilateral ABCD is a trapezium, then ABCD will be an isosceles trapezium**

यदि चक्रीय चतुर्भुज ABCD एक समलंब चतुर्भुज हो, तो ABCD एक सम समलंब चतुर्भुज होगा।



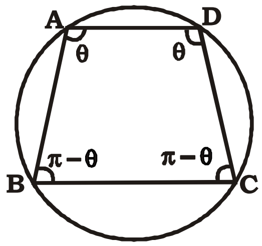
If AD||BC, then

Maths by Aditya Ranjan sir

(a) AB = CD

(b) AC = BD (Diagonals are equal)

(c) If AD||BC and $\angle BAD = \theta$, then



$\angle BAD = \angle CADA = \theta$

and $\angle BAC = \angle DCB = \pi - \theta$

Ex.9. ABCD is a cyclic trapezium such that AD||BC if $\angle ABC = 70°$, the value of $\angle BCD$ is :

ABCD एक चक्रीय समलम्ब चतुर्भुज इस प्रकार है कि AD||BC है। यदि $\angle ABC = 70°$ हो, तो $\angle BCD$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 40°

(b) 60°

(c) 70°

(d) 80°

Ex.10. ABCD is a cyclic trapezium whose sides AD and BC are parallel to each other. If $\angle ABC = 75°$, then the measure of $\angle BCD$ is :

ABCD एक चक्रीय समलम्ब चतुर्भुज है जिसकी भुजाएँ AD तथा BC एक-दूसरे के समांतर हैं। यदि $\angle ABC = 75°$ हो तो $\angle BCD$ की माप है :

(a) 75°

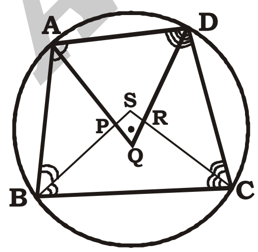
(b) 95°

(c) 45°

(d) 105°

(vii) The quadrilateral formed by the bisectors of all the four angles of a cyclic quadrilateral is also a cyclic quadrilateral.

किसी चक्रीय चतुर्भुज की चारों कोणों के समद्विभाजकों द्वारा बना चतुर्भुज भी चक्रीय चतुर्भुज होता है।



If AQ, BS, CS and DQ are the bisector of the angles $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ and $\angle D$ respectively, then the quadrilateral PQRS is a cyclic.

यदि AQ, BS, CS तथा DQ क्रमशः कोणों $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ और $\angle D$ के कोण समद्विभाजक हों, तो चतुर्भुज PQRS चक्रीय होगा

(viii) If the sides of a cyclic quadrilateral is *a*, *b*, *c* and *d*, then

यदि चक्रीय चतुर्भुज की भुजाएँ *a*, *b*, *c* तथा *d* हों तो,

Area of the cyclic quadrilateral

चक्रीय चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

where $s = \dfrac{a+b+c+d}{2}$

Ex.11. Find the area of a cyclic quadrilateral whose sides are 5 cm, 2 cm, 5 cm and 8 cm.

उस चक्रीय चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ 5 सेमी, 2 सेमी, 5 सेमी और 8 सेमी हो।

(a) 10 cm^2

(b) 40 cm^2

(c) 20 cm^2

(d) 25 cm^2

Ex.12. AB is a diameter of a circle heaving centre at O. PQ is a chord which does not intersect AB. Join AP and BQ. If $\angle BAP = \angle ABQ$, then ABQP is a

O केन्द्र वाले वृत्त में AB व्यास है। जीवा PQ, AB को प्रतिच्छेद नहीं करती है। AP और BQ को मिलाया गया है। यदि $\angle BAP = \angle ABQ$ हो, तो ABQP एक ---- है।

(a) Cyclic square

(b) Cyclic trapezium

(c) Cyclic rhombus

(d) Cyclic rectangle

Ex.13. In a cyclic quadrilateral PQRS, PQ = 5 cm, QR = 5 cm, QS = 10 cm, RS = 6 cm and PR = 7 cm, then PS = ?

किसी चक्रीय चतुर्भुज PQRS में PQ = 5 सेमी, QR = 5 सेमी, QS = 10 सेमी, RS = 6 सेमी और PR = 7 सेमी है, तो PS = ?

(a) 7 cm

(b) 6 cm

(c) 8 cm

(d) cannot be determined

❑❑❑

Maths by Aditya Ranjan sir