Polygon
(बहुभुज)

Class Notes by Aditya Ranjan Sir

Polygon
(बहुभुज)

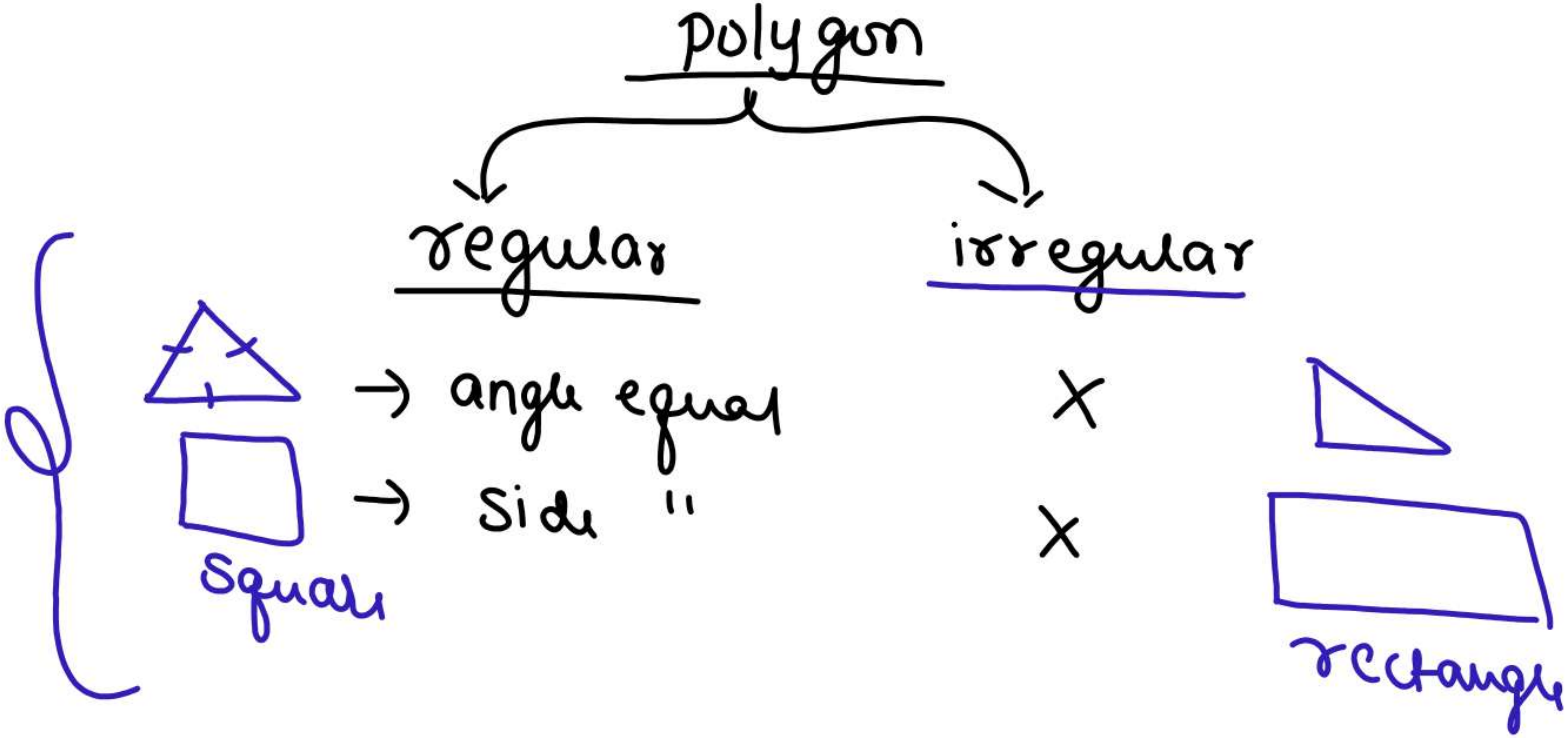
A polygon is a 'n' sided closed figure formed by line segments.

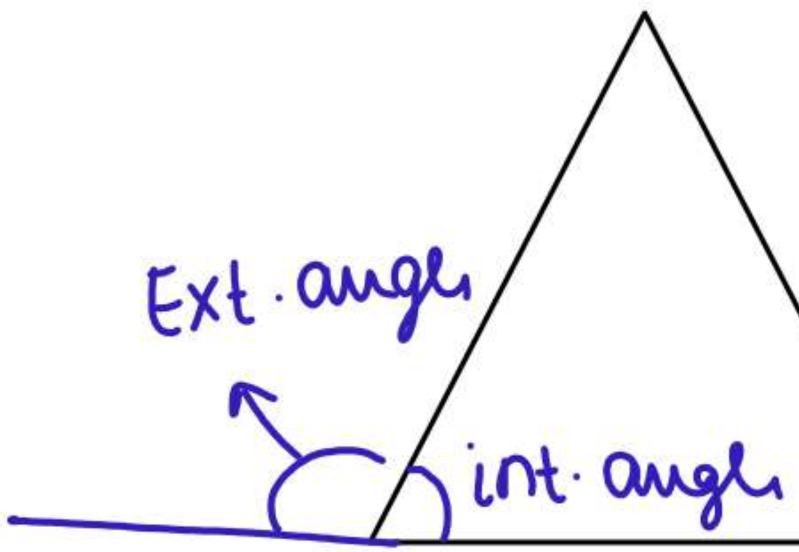
बहुभुज, रेखाखंडों द्वारा बना n भुजाओं द्वारा बनी बंद आकृति होती है।

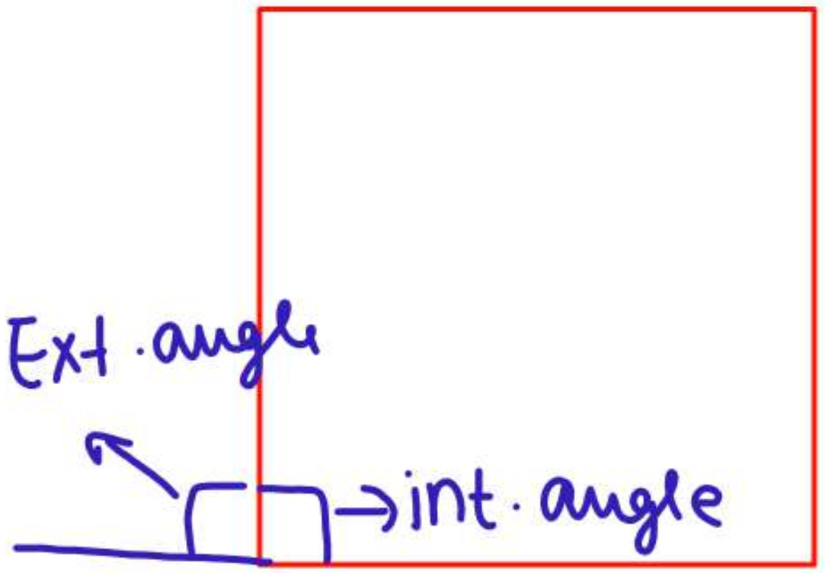
Regular Polygon
(सम बहुभुज)

A polygon in which :/ऐसा बहुभुज जिसमें

- **all sides are equal**/सभी भुजाएँ बराबर हों
- **all angles are equal**/सभी कोण बराबर हों

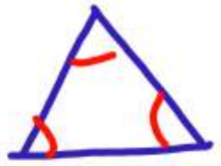

polygon
regular
irregular
→ angle equal
→ side "
X
X
square
rectangle

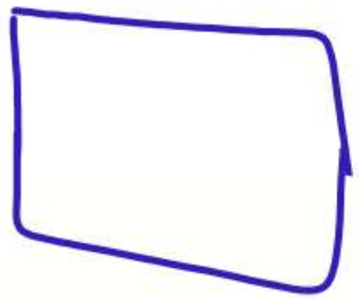

Ext. angle
int. angle


Ext. angle
int. angle

- **Sum of all internal angles of a polygon of n sides = $(n - 2)\ 180^\circ$**

n भुजाओं वाले बहुभुज के सभी आंतरिक कोणों का योगफल = $(n - 2)\ 180^\circ$





Sum = $(n-2) \times 180^\circ$

= 180° = 360°

Sum of int. angles $(n-2) \times 180^\circ$

Sum :- 180° 360° 540° 720°

If $n = 16$ find sum of total int. angle

ans → $(16-2) \times 180^\circ$

$= 14 \times 180^\circ$

$= 2520^\circ$

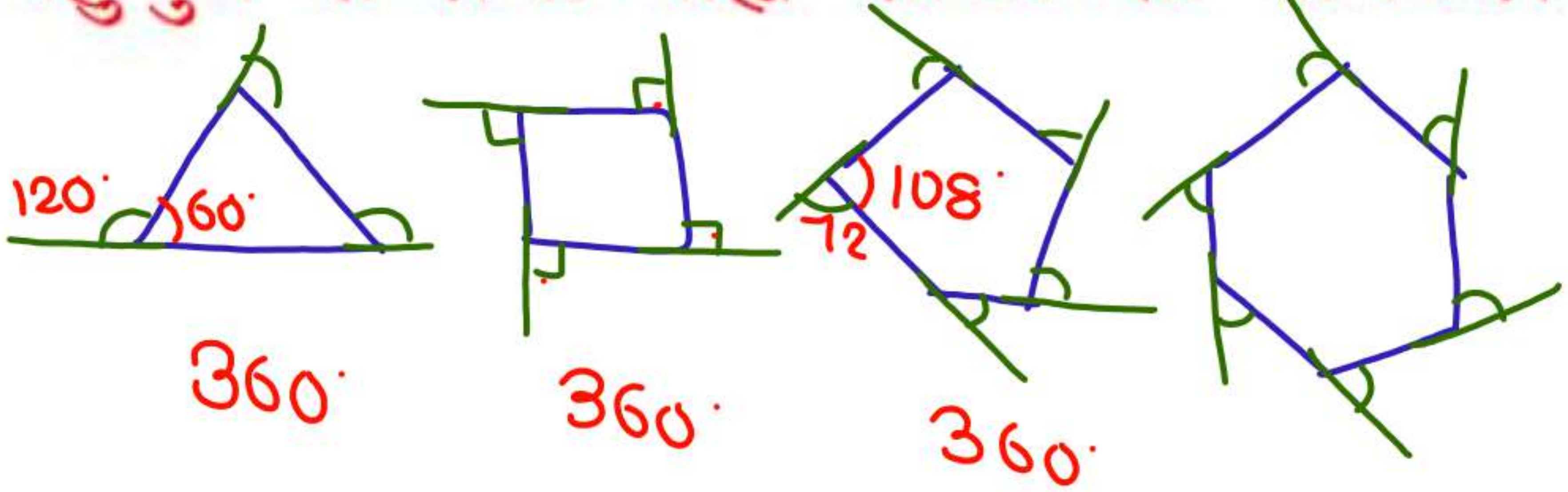
(i) $n = 10$ Sum of all int. angles $= 8 \times 180^\circ = 1440$

(ii) $n = 8$ 〃 $= 6 \times 180^\circ = 1080^\circ$

(iii) $n = 22$ 〃 $= 20 \times 180^\circ = 3600^\circ$

- **Sum of all exterior angles of a polygon of n sides = 360°**

n **भुजाओं वाले बहुभुज के सभी वाह्य कोणों का योगफल = 360°**

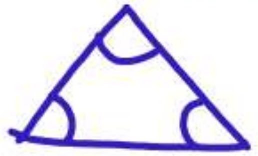


Q. If $n=10$ find sum of all ext. angles of that polygon.

Ans 360°

- **Each interior angle of a regular polygon of n sides = $\frac{(n-2)180}{n}$**

n भुजाओं वाले बहुभुज का प्रत्येक आंतरिक कोण



$$= \frac{(n-2)180}{n}$$

Total sum $= (n-2) \times 180°$

Each int. angle $= \frac{(n-2) \times 180°}{n}$

Q. Find each int. angle of a polygon if sum of all interior angles is 7200°

Ans

$$(n-2) \times 180 = 7200$$

(cancelled: $180 \to 18$, $7200 \to 720 \to 40$)

$$\boxed{n = 42}$$

$$\text{each angle} = \frac{\text{Total sum}}{\text{no. of sides}} = \frac{7200}{420} = \frac{3600}{21} = \frac{1200°}{7}$$

Q. Find each int. angle of a polygon if sum of all interior angles is 540°

Ans

$$(n-2)\times \cancel{180} = \overset{3}{\cancel{540}}$$

$$\boxed{n = 5}$$

$$\therefore \text{Each angle} = \frac{\overset{108}{\cancel{540}}}{\cancel{5}} = 108^\circ$$

Q. If no. of sides = 10. Find each interior angle.

Ans

$$\text{Each} = \frac{\text{Sum}}{n} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

$$= \frac{8 \times 18\cancel{0}^\circ}{1\cancel{0}} = 144^\circ$$

- Each exterior angle of a regular polygon $= \frac{360^\circ}{n}$

Q. Find each exterior angle of a regular polygon having 10 sides.

Ans Each ext. angle $= \frac{360}{n} = \frac{360}{10} = 36^\circ$

Diagonal of a polygon/बहुभुज का विकर्ण

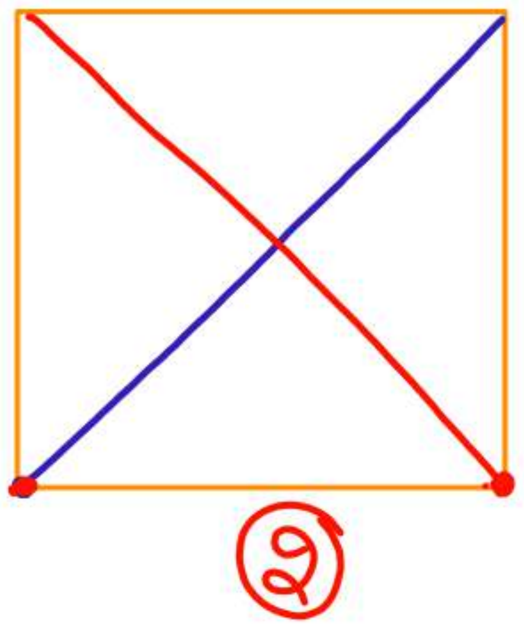
If you join any 2 (non-adjacent) vertex of a polygon then that is a diagonal.

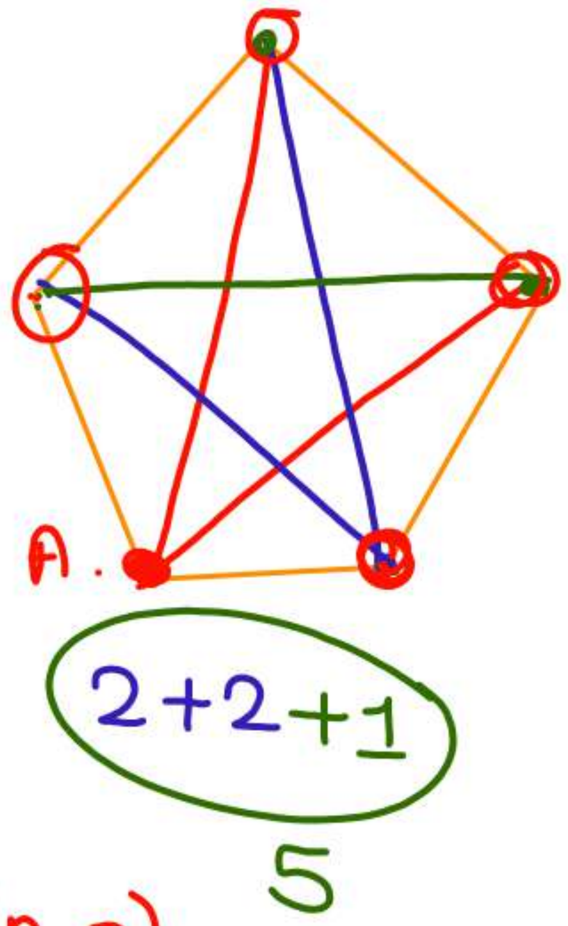
यदि हम किसी बहुभुज के दो असंगत शीर्षों को मिलाएँ तो यह विकर्ण कहलाता है।

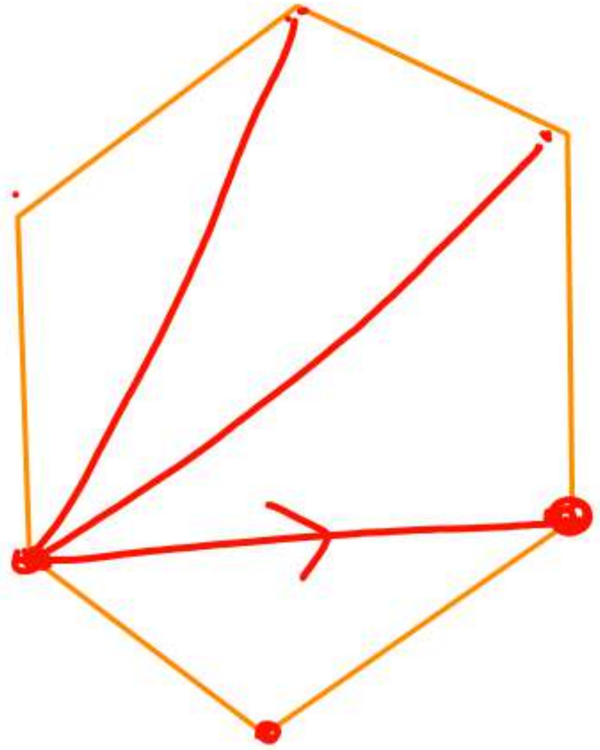
- **No. of diagonals in a polygon of n sides**

  n भुजाओं वाले बहुभुज के विकर्णों की संख्या

$$= \frac{n(n-3)}{2}$$







no. of diagonal = $\frac{n(n-3)}{2}$

Q. Find no. of diagonals in a polygon having 15 sides.

Ans

$$\text{no. of diagonals} = \frac{n(n-3)}{2}$$

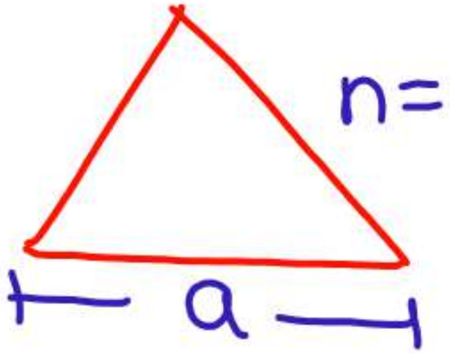
$$= \frac{15 \times \cancel{12}^{6}}{\cancel{2}} = \underline{\underline{90}}$$

No. of Sides (n)	Name of Polygon	Sum of all interior angles	Sum of all exertior angles	No. of diagonals	Regular polygon		
					Name	Each Interior	Each exterior
3	Triangle	180°	360°	0	Eq.Δ	60°	120°
4	Quadrilateral	360°	360°	2	Square	90°	90°
5	Pentagon	540°	360°	5	Regular Pentagon	108°	72°
6	Hexagon	720°	360°	9	Regular Hexagon	120°	60°
n	Polygon	$(n-2)\ 180°$	360°	$\frac{n(n-3)}{2}$		$\frac{(n-2)180°}{n}$	$\frac{360°}{n}$

- **Area of a regular polygon of n sides where length of each side is a : $n\left(\frac{a^2}{4}\right)\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$**

n भुजाओं वाले सम बहुभुज का क्षेत्रफल जहाँ प्रत्येक भुजा की लंबाई a है : $n\frac{a^2}{4}\cot\frac{180}{n}$

$$\text{area} = \frac{na^2}{4} \cot \frac{(180^\circ)}{n}$$

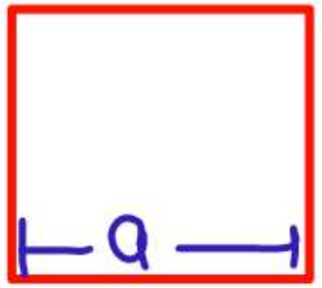


n=3

$$\text{area} = \frac{3a^2}{4} \cdot \cot 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}\,\cancel{3}a^2}{4} \times \frac{1}{\cancel{\sqrt{3}}}$$

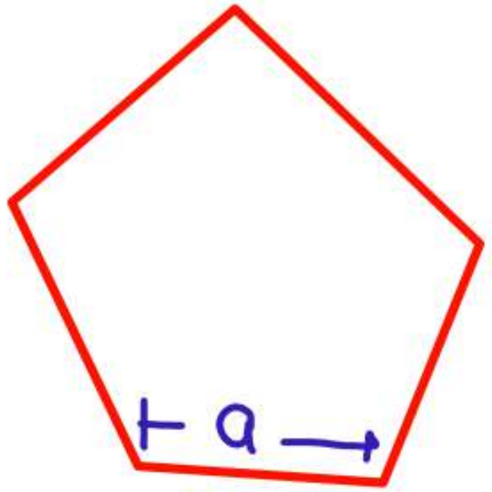
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



n=4

$$\text{area} = \frac{\cancel{4}a^2}{\cancel{4}} \times \cot 45^\circ$$

$$= a^2$$



n=5

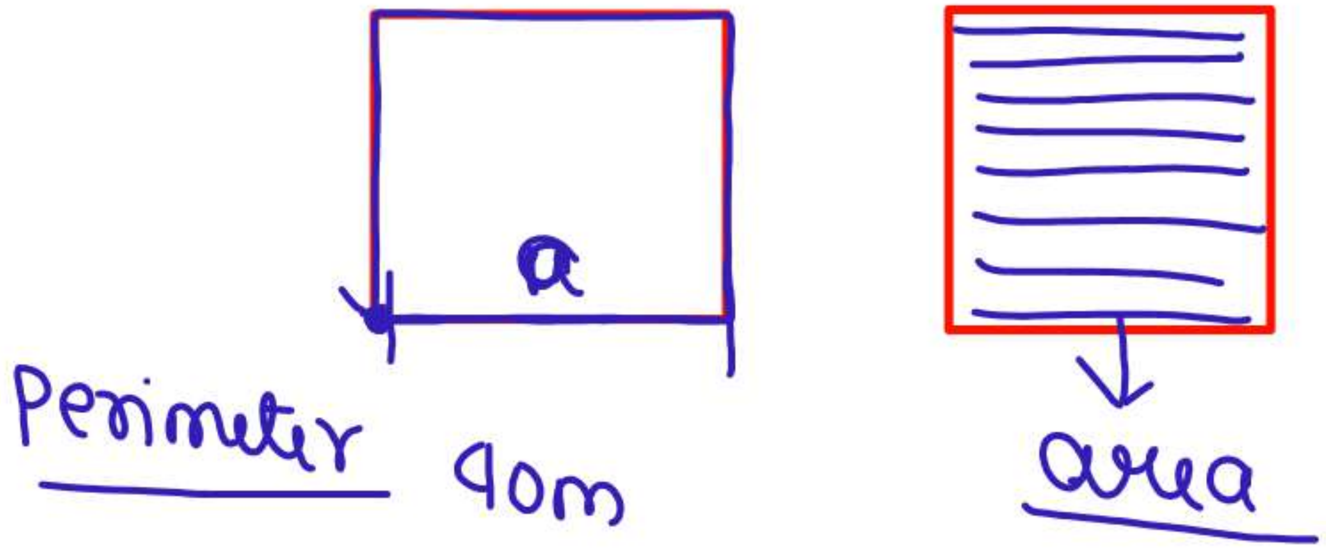
$$\text{area} = \frac{5a^2}{4} \cot 36^\circ$$

- **Perimeter of regular polygon =** $n \times a$

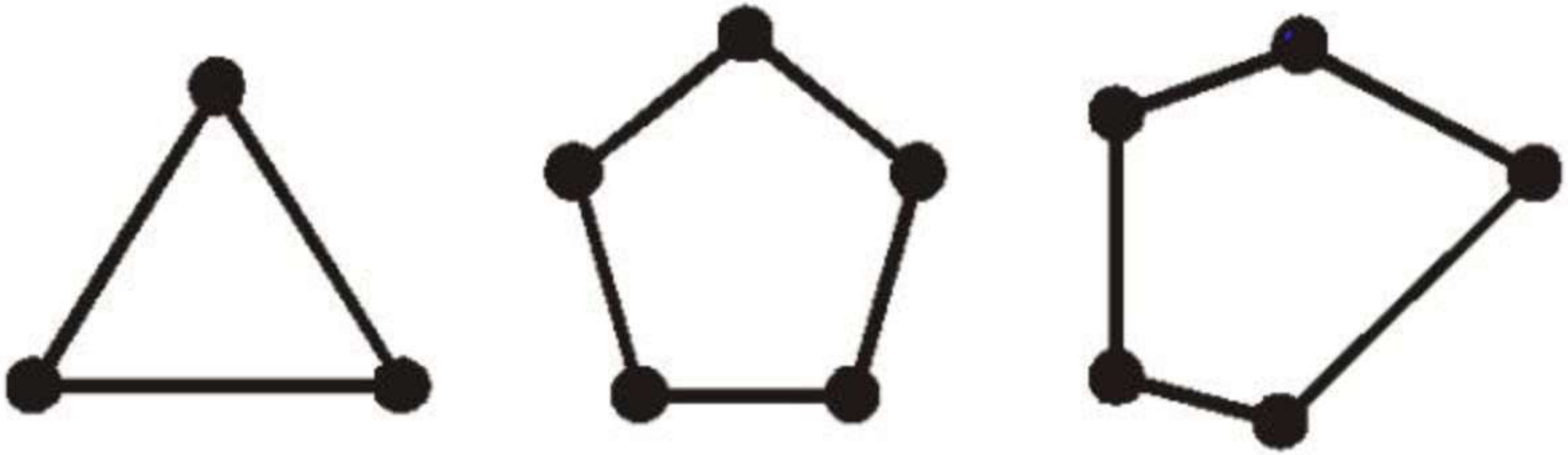
  सम बहुभुज का परिमाप = $n \times a$

  where a **is the length of the side**

  जहाँ n भुजा की लंबाई है।



Convex Polygon/उत्तल बहुभुज



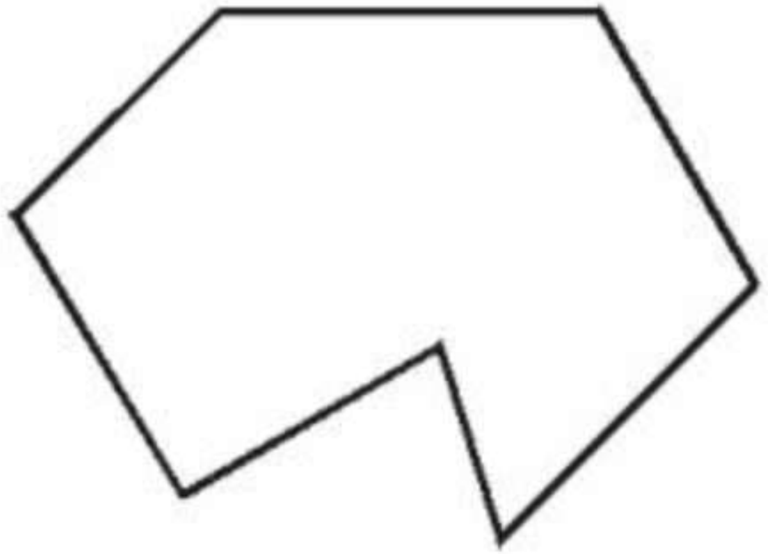
- All angles are less than 180°.

  सभी कोण 180° से कम होते हैं।

- All diagonals lie inside the polygon.

  सभी विकर्ण बहुभुज के अंदर होते हैं।

Concave Polygon/अवतल बहुभुज



Atleast one angle > 180°.

कम से कम एक कोण 180° से अधिक होता है।

Atleast one diagonal will lie outside the polygon.

कम से कम एक विकर्ण बहुभुज के बाहर होता है।

(1) **By default, if nothing is given in the question, we consider it as convex polygon.**
यदि प्रश्न में कुछ भी दिया न हो तो हम स्वतः इसे उत्तल बहुभुज मानते हैं।

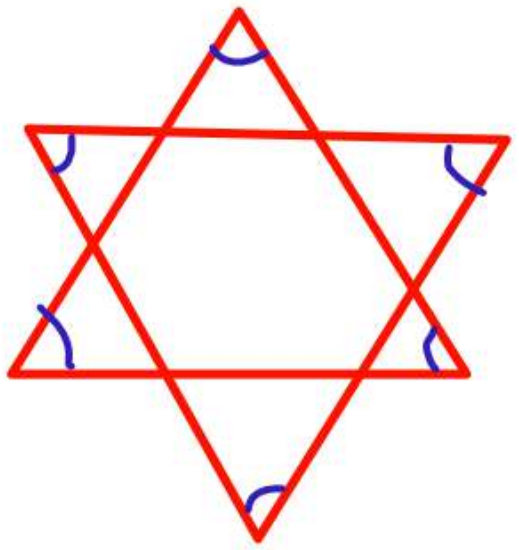
(2) **Triangle is always a convex polygon.**
त्रिभुज हमेशा उत्तल बहुभुज होता है।

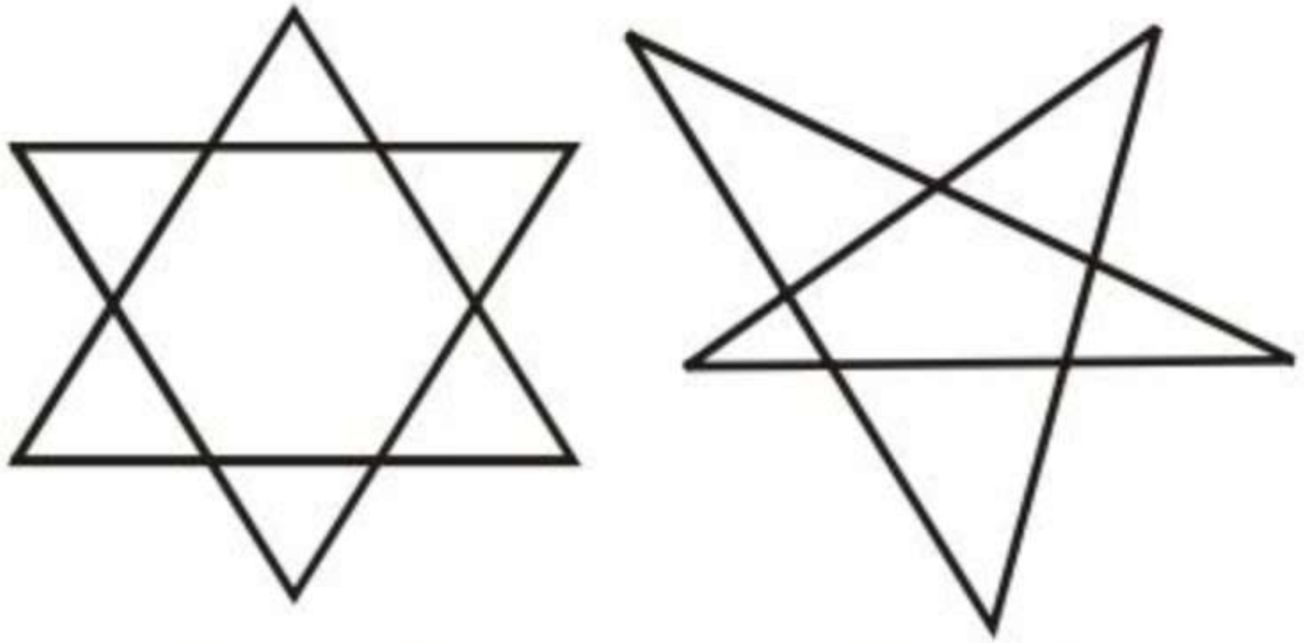
(3) **All the regular polygons are convex.**
सभी सम बहुभुज उत्तर बहुभुज होते हैं।

Star/सितारा

Star is formed by extendending sides of a regular polygan.

सम बहुभुज की भुजाओं को बढ़ाने पर सितारा बनता है।





(I) $n = 6$ (I) $n = 5$

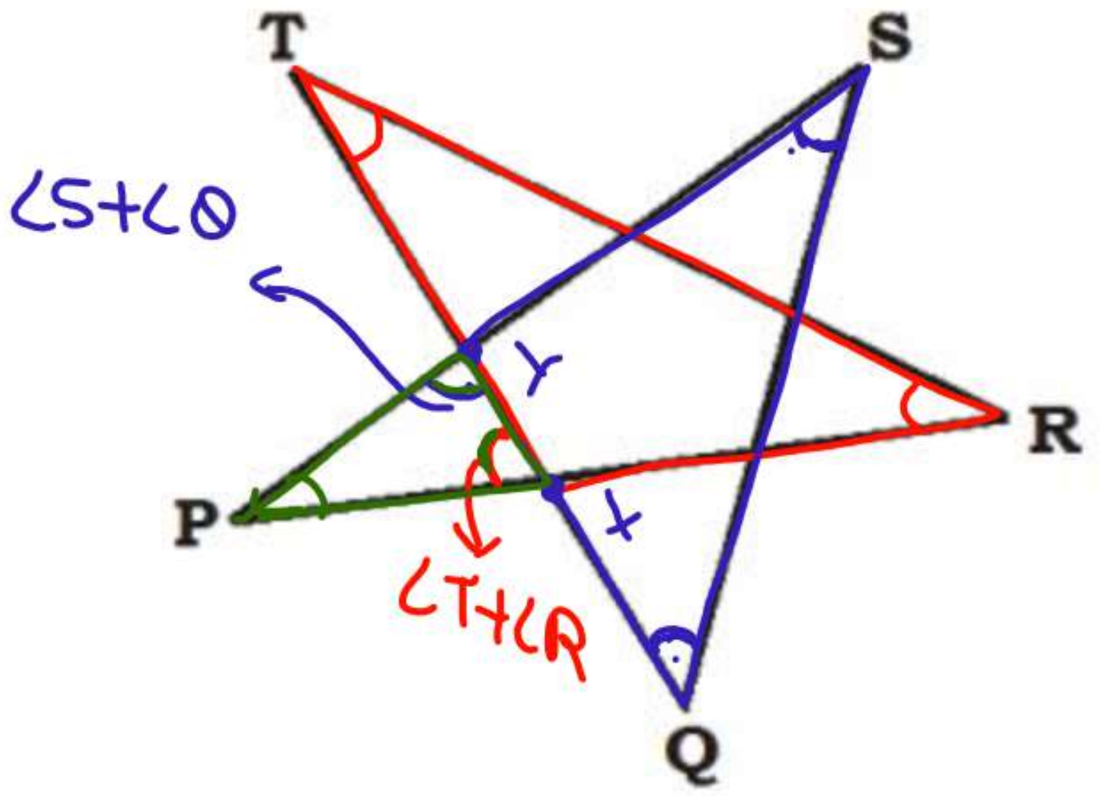
ΔPXY

$\angle P + \angle X + \angle Y = 180°$

$\angle P + \angle T + \angle R + \angle S + \angle Q = 180°$

Ex. **Find the value of ∠P + ∠Q + ∠R + ∠S + ∠T in the given figure :**

दिये गये आकृति में ∠P + ∠Q + ∠R + ∠S + ∠T का मान ज्ञात कीजिए।



(a) 180 (b) 270
(c) 300 (d) 360

Excercise

$(n-2)180 = 1440$

$n = 10$

1. **The sum of the interior angles of a polygon is 1440°. The number of sides of the polygon is :**

किसी बहुभुज के आंतरिक कोणों का योगफल 1440° है। बहुभुज में भुजाओं की संख्या है :

(a) 6 (b) 9

(c) 10 (d) 12

Ext = 36°

$\frac{36}{1} = \frac{360}{n}$

n = 10

2. Each interior angle of a regular polygon is 144°. The number of sides of the polygon is :

किसी सम बहुभुज का प्रत्येक कोण 144° है। बहुभुज में भुजाओं की संख्या है :

(a) 8
(b) 9
(c) 10
(d) 11

3. If a regular polygon has 16 sides, then what is the measure (in degrees) of its each interior angle?

यदि एक नियमित बहुभुज के 16 भुजाएँ हैं, तो इसके प्रत्येक आंतरिक कोण का माप (डिग्री में) क्या है?

CGL 2019 Tier II (16/11/2020)

(a) 155 (b) $157\frac{1}{2}$

(c) $159\frac{1}{2}$ (d) 154

M-1

Each int = $\frac{(n-2)180}{n}$

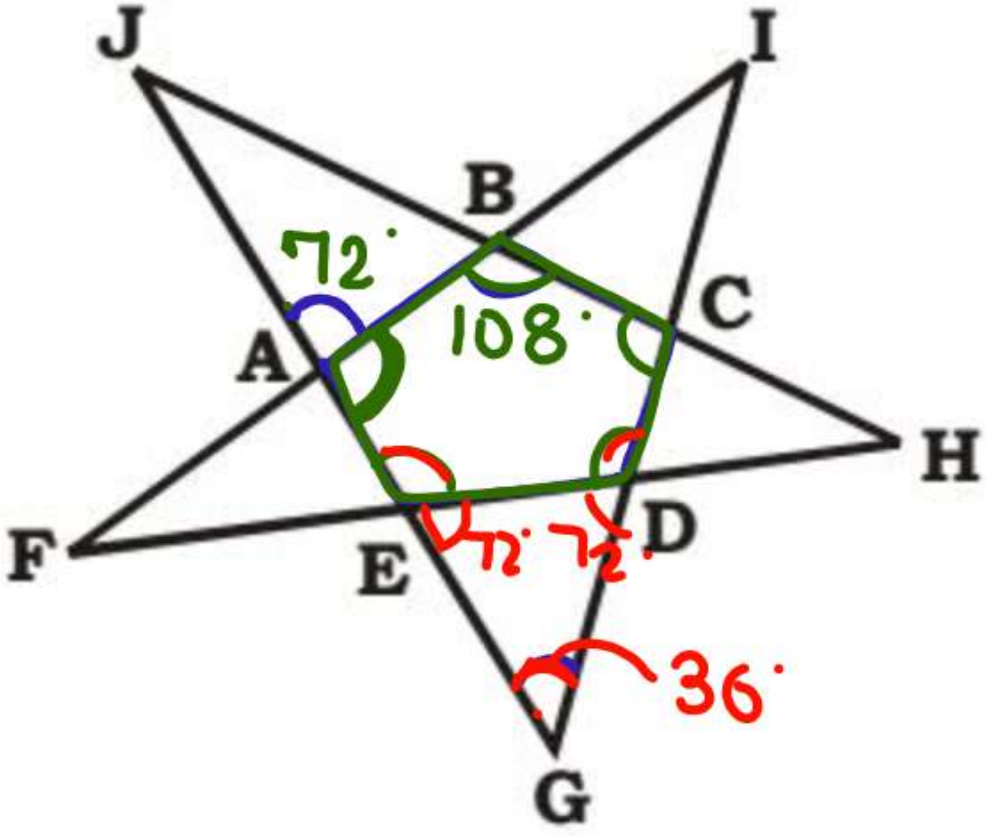
$= \frac{14 \times 180}{16}$

= 157.5

M-2

Ext = $\frac{360}{16}$ = 22.5°

int = 180 − 22.5 = 157.5°



4. ABCDE is a regular pentagon. Its sides are extended as shown in the figure. The value of $\frac{\angle ABC + 2\angle EGD + 3\angle BAJ}{6}$ is :

108 + 72 + 216 = 396/6 = 66°

ABCDE एक नियमित पंचकोण है। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है इसकी भुजाएँ विस्तारित है।

$\frac{\angle ABC + 2\angle EGD + 3\angle BAJ}{6}$ का मान है

CHSL 14-10-2020 (Afternoon)

(a) 45°
(b) 30°
(c) 75°
(d) 66° ✓

$D = \frac{n(n-3)}{2}$

$= \frac{\cancel{12}^{6} \times 9}{\cancel{2}}$

5. **How many diagonals are there in a 12 sided polygon.**

12 भुजाओं वाले बहुभुज में विकर्णों की संख्या कितनी है?

(a) 48 (b) 54 ✓

(c) 60 (d) 72

6. If each interior angle of a regular polygon is 135°, then the number of diagonals of the polygon is equal to :

यदि किसी सम बहुभुज का प्रत्येक अंतः कोण 135° का हो, तो बहुभुज में विकर्णों की संख्या बराबर है :

(a) 54 (b) 48

(c) 20 (d) 18

$n = \frac{360}{45} = 8$

$d = \frac{n(n-3)}{2}$

$= \frac{8 \times 5}{2} = 20$

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35$$

$$n(n-3) = 70$$

↳ use options

7. **A polygon has 35 diagonals. The number of sides in the polygon is :**

किसी बहुभुज में 35 विकर्ण हैं। बहुभुज में भुजाओं की संख्या है :

(a) 6
(b) 9
(c) 10 ✓
(d) 12

$4x + x = 180^\circ$

$x = 36^\circ$

$n = \frac{360^\circ}{Ext} = \frac{360}{36} = 10$

8. In a polygon, the interior and exterior angles are in the ratio 4 : 1. The number of sides of the polygon is :

किसी बहुभुज में अंतः और वाह्य कोणों का अनुपात 4 : 1 है। बहुभुज में भुजाओं की संख्या है :

(a) 8
(b) 10
(c) 9
(d) 15

$I - E = 150°$
$I + E = 180°$

$E = \frac{180-150}{2} = 15°$

$n = \frac{360}{15} = 24$

9. The difference between the interior angle and the exterior angle at a vertex of a regular polygon is 150°. The number of sides of the polygon is :

एक सम बहुभुज के किसी शीर्ष पर आंतरिक तथा बाह्य कोण में अंतर 150° है। बहुभुज में भुजाओं की संख्या है :

(a) 10
(b) 15
(c) 24 ✓
(d) 30

$$Ext = 180^\circ - 128\frac{4}{7}^\circ$$
$$= 51\frac{3}{7}^\circ = \frac{360^\circ}{7}$$
$$n = \frac{360}{360} \times 7 = 7$$
$$d = \frac{7(7-3)}{2} = 14$$

10. If each interior angle of a regular polygon is $\left(128\frac{4}{7}\right)^\circ$, then what is the sum of the number of its diagonal and the number of its sides?

यदि किसी सम बहुभुज का प्रत्येक आंतरिक कोण $\left(128\frac{4}{7}\right)^\circ$ है, तो इसके विकर्णों की संख्या और इसकी भुजाओं का योग ज्ञात करें।

SSC CGL Tier II (11 September 2019)

(a) 15 (b) 19
(c) 17 (d) 21 ✓

$(n-2) \times 180 = 1260$

$n = 9$

$Ext = \frac{360}{9} = 40°$

$int = 140°$

$diff = 100°$

11. **The sum of the interior angles of a regular polygon is 1260°. What is the difference between an exterior angle and an interior angle of the polygon?**

एक सम बहुभुज के आंतरिक कोणों का योग 1260 है। इस बहुभुज के एक बाह्य तथा एक आंतरिक कोण में अंतर ज्ञात करें।

SSC CGL Tier II (12 September 2019)

(a) 105°
(b) 100°
(c) 120°
(d) 90°

$Ext = \frac{360}{7}$

$n = \frac{360}{7} \times \frac{7}{360} = 7$

$d = \frac{7(7-3)}{2} = 14$

$14 : 7$

$2 : 1$

12. **If the measure of each exterior angle of a regular polygon is $\left(51\frac{3}{7}\right)^\circ$, then the ratio of the number of its diagonals to the number of its sides is :**

यदि किसी सम बहुभुज के प्रत्येक बाह्य कोण का मान $\left(51\frac{3}{7}\right)^\circ$ है, तो इसके विकर्णों की संख्या तथा इसकी भुजाओं की संख्या में अनुपात ज्ञात करें।

SSC CGL Tier II (13 September 2019)

(a) 5 : 2
(b) 13 : 6
(c) 3 : 1
(d) 2 : 1

i) Each int angle = $\frac{(n-2)180^\circ}{n}$

ii) " " " = $180^\circ - \frac{360}{n}$

Int · diff = Ext · diff

$$\frac{360}{4x} - \frac{360}{5x} = 6^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{360}{x}\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right] = 6^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{360}{x} \times \frac{1}{20} = 6^\circ$$

$$\Rightarrow x = 3$$

13. **The number of sides in two regular polygons are in the ratio 5 : 4 and the difference between each interior angle of the polygon is 6°. Then the number of sides are :**

दो सम बहुभुजों में भुजाओं की संख्या का अनुपात 5 : 4 है और उनके प्रत्येक आंतरिक कोण में अंतर **6°** है। भुजाओं की संख्या हैं :

(a) 15, 12 (b) 5, 4

(c) 10, 8 (d) 20, 16

$\frac{360}{2x} - \frac{360}{5x} = 27^\circ$

$\Rightarrow \frac{360}{x}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right] = 27^\circ$

$\Rightarrow \frac{360}{x} \times \frac{3}{10} = 27^\circ$

$\Rightarrow x = 4$

14. **Number of sides of 2 polygons are in the ratio 5 : 2 and difference between the interior angles is 27°. Find the number of sides in the 2 polygons.**

दो सम बहुभुजों में भुजाओं की संख्या का अनुपात 5 : 2 है और उनके प्रत्येक आंतरिक कोण में अंतर **27°** है। भुजाओं की संख्या हैं :

(a) 20, 8 ✓
(b) 15, 6
(c) 10, 4
(d) 25, 10

15. The number of sides of two regular polygons are in the ratio 5 : 4. The difference between their interior angles is 9°. Consider the following statements :

दो सम बहुभुजों की भुजाओं का अनुपात 5 : 4 है। उनके आंतरिक कोणों के बीच का अंतर 9° है। निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1) One of them is a pentagon and the other is a rectangle.

उनमें से एक पंचभुज और दूसरा आयत है।

2) One of them is a decagon and the other is an octagon.

उनमें से एक दसभुज और दूसरा अष्टभुज है।

3) The sum of their exterior angles is 720°.

उनके वाह्य कोणों का योगफल 720° है।

$$\frac{360}{4x} - \frac{360}{5x} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{360}{x}\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right] = 9 \Rightarrow \frac{360}{x} \times \frac{1}{20} = 9$$

$$\Rightarrow x = 2$$

Sides 10, 8

Which of the above statements is/are correct?

उपर्युक्त में से कौन-सा कथन सत्य है/हैं?

(a) 1 only (b) 2 only

(c) 1 and 3 (d) 2 and 3

16. **Which of the following cannot be measure of an interior angle of a regular polygon?**

निम्न में से कौन-सा किसी सम बहुभुज का आंतरिक कोण नहीं हो सकता?

(a) 150° → 30°
(b) 105° → 75° ✓
(c) 108° → 72°
(d) 144° → 36°

(a) $n = \frac{360}{30} = 12$

(b) $n = \frac{360}{75} = \frac{24}{5}$

(c) $n = \frac{360}{72} = 5$

(d) $n = \frac{360}{36} = 10$

The sides of a polygon are always in integer & they can't be in fraction

17. **The ratio of sides of two regular polygon is 1 : 2 and ratio of their internal angles is 2 : 3, what is the number of sides of polygon having more sides?**

दो सम बहुभुजों के भुजाओं का अनुपात **1 : 2** तथा उनके अंतः कोणों का अनुपात **2 : 3** है। अधिक भुजा वाले बहुभुज में भुजाओं की संख्या है :

(a) 4 (b) 8
(c) 6 (d) 12

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{3}$$

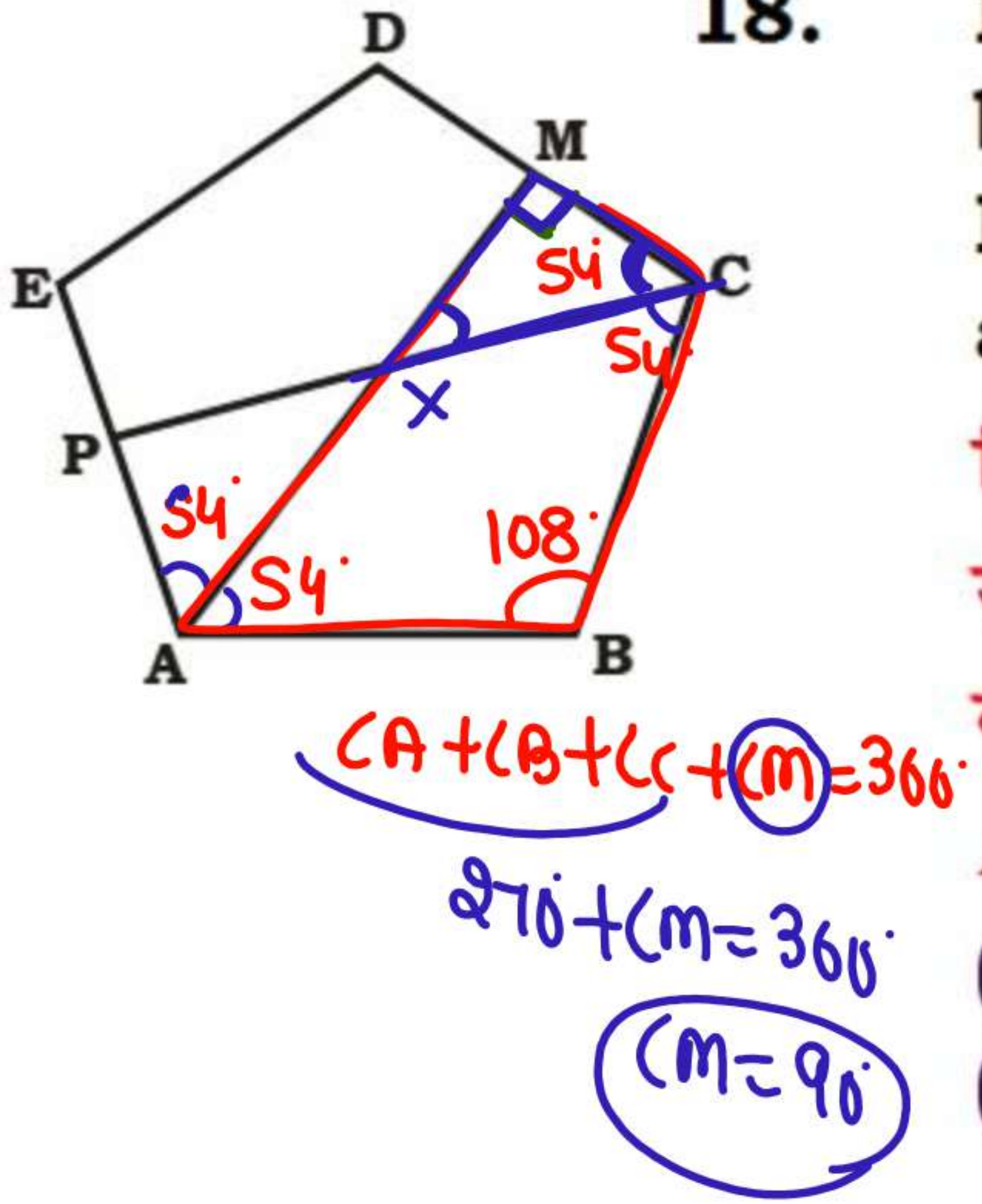
$$\Rightarrow \frac{\frac{(n_1-2)180}{n_1}}{\frac{(n_2-2)180}{n_2}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{(x-2)}{x}}{\frac{(2x-2)}{2x}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{(x-2)\times 2}{2(x-1)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3x-6 = 2x-2$$

$$x = 4$$



18. **In regular pentagon ABCDE, angle bisector of A meets at side CD on point M and angle bisector of C meets side AM at point P, then find the value of ∠CXM.**

किसी सम पंचभुज ABCDE में कोण A का समद्विभाजक भुजा CD को बिन्दु M पर और कोण C का समद्विभाजक भुजा AM को बिन्दु P पर मिलता है। ∠CXM का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 18 (b) 36

(c) 54 (d) 72

19. H.W

The side BA and DE of a regular pentagon are produced to meet at F. What is the measure of ∠EFA?

एक नियमित पंचकोण के **BA** और **DE** भुजाओं को **F** तक बढ़ाया जाता है। **∠EFA** का माप क्या है?

CGL 2019 Tier II (15/11/2020)

(a) 72°　　(b) 36°

(c) 60°　　(d) 54°

$n = \frac{360}{70}$

$Ext = \frac{360}{5} = 72$

20. **Consider the following statements :**

निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1) **There exists a regular polygon whose exterior angle is 70°.**

एक ऐसा सम बहुभुज है जिसका वाह्य कोण 70° है।

2) **Let $n \geq 5$. Then the exterior angle of any regular polygon of n sides is acute.**

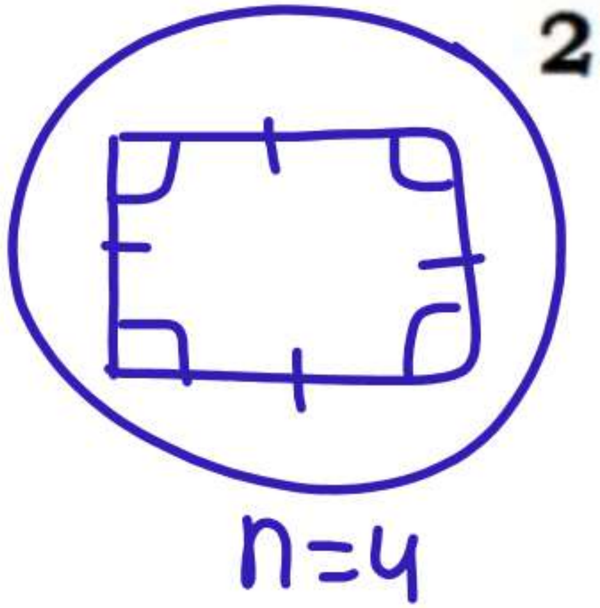
माना $n \geq 5$ है, तो किसी भी n भुजाओं वाले सम बहुभुज का वाह्य कोण न्यून कोण होगा।

Which of the above statements is/are correct?

उपर्युक्त में से कौन-सा कथन सत्य है/हैं?

(a) 1 only (b) 2 only

(c) Both 1 and 2 (d) Neither 1 nor 2



21. **Given that the angles of a polygon are all equal and each angle is a right angle.**

दिया गया है कि किसी बहुभुज में प्रत्येक कोण समान और समकोण है।

Statement-1 : The polygon has exactly four sides.

कथन-1 : बहुभुज में चार भुजाएँ हैं।

Statement-2 : The sum of the angles of a polygon having n sides is $(3n - 8)$ right angles.

कथन-2 : n भुजाओं वाले किसी बहुभुज के कोणों का योग = $(3n - 8)$ समकोण।

Which one of the following is correct in respect of the above statements?

उपर्युक्त कथनों के संदर्भ में निम्न में से कौन-सा सत्य है?

(a) Both Statement-1 and Statement-2 are true and Statement-2 is the correct explanation of Statement-1.

दोनों कथन-1 तथा कथन-2 सत्य हैं और कथन-2, कथन-1 की सही व्याख्या करता है।

(b) Both Statement-1 and Statement-2 are true but Statement-2 is not the correct explanation of Statement-1.

दोनों कथन-1 तथा कथन-2 सत्य हैं और कथन-2, कथन-1 की सही व्याख्या नहीं करता है।

(c) Statement-1 is true but Statement-2 is false.

कथन-1 सत्य है परंतु कथन-2 असत्य है।

(d) Statement-1 is false but Statement-2 is true.

कथन-1 असत्य है परंतु कथन-2 सत्य है।