

# **STATISTICS**

## **सांख्यिकी**

**Class Notes by Aditya Ranjan Sir**

# CHAPTER INCLUDES

1. MEAN (माध्य) ✓
2. MEDIAN (माध्यिका)
3. MODE (बहुलक)
4. RANGE (परास)
5. VARIANCE (प्रसरण)
6. STANDARD DEVIATION (मानक विचलन)
7. MEAN DEVIATION (माध्य विचलन)
8. COEFICIENT VARRIANCE (प्रसरण गुणांक)

# MEAN माध्य

$$\begin{array}{r} 12+34+45+50+24 \\ \hline 5 \\ = \cancel{165} \quad \underline{\underline{33}} \\ \cancel{8} \end{array}$$

The arithmetic mean of a given data is the sum of all observations divided by the number of observations. For example, a cricketer's scores in five ODI matches are as follows: 12, 34, 45, 50, 24. To find his average score we calculate the arithmetic mean of data using the mean formula:

किसी दिए गए डेटा का माध्य प्रेक्षणों के योगफल को प्रेक्षणों की संख्या से विभाजित करने पर प्राप्त होता है उदाहरण के लिए, पांच एकदिवसीय मैचों में एक क्रिकेटर के स्कोर 12, 34, 45, 50, 24 हैं। उसका औसत स्कोर ज्ञात करने के लिए हम माध्य सूत्र की सहायता से डेटा का समान्तर माध्य ज्ञात करते हैं।

**Mean/माध्य**

$$= \frac{\text{Sum of all observations} / \text{सभी प्रेक्षणों का योगफल}}{\text{Number of observations} / \text{प्रेक्षणों की संख्या}}$$

$$\text{Mean/माध्य} = (12 + 34 + 45 + 50 + 24)/5$$

$$\text{Mean/माध्य} = 165/5 = 33$$

**Mean is denoted by  $\bar{x}$  (pronounced as x bar).**

माध्य को  $\bar{x}$  द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

## MEAN OF GROUPED DATA

## वर्गीकृत औंकड़ों का समान्तर माध्य

If  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  are  $n$  values of a variable  $X$ , then the arithmetic mean or simply mean of these values is denoted by  $\bar{X}$  and is defined as:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \text{ or } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Mean = Average

5,      10,    15

$$\text{avg} = \frac{5+10+15}{3} = 10 \checkmark$$

$$\text{mean} = \frac{12+34+45+50+24}{5}$$
$$= \frac{\cancel{165}}{\cancel{5}} \quad 33$$

1. The arithmetic mean of the following data is \_\_\_\_\_.

12, 34, 45, 50, 24

निम्नलिखित संख्याओं का अंकगणितीय/समांतर माध्य \_\_\_\_\_ होगा।

12, 34, 45, 50, 24

(a) 30

(b) 36

(c) 33

(d) 25

## Average (औसत)

Case 1

10, 11, 12, 13, 14

(Deviation Method)

11212, 11213, 11214, 11215, 11216

Assume

m-1

$$\text{avg} = \frac{10+11+12+13+14}{5}$$

$$= \frac{60}{5} \textcircled{12}$$

Deviation: -2 -1 0 +1 +2 = 0

Ans = 11214 ✓

## Average (औसत)

m-2 (Deviation Method)

11212, 11213, 11214, 11215, 11216

Assume

D → -1   0   +1   +2   +3

$$\text{avg. deviation} = \frac{+5}{5} = +1$$

$$Ans = 11213 + 1 \\ = 11214$$

11212, 11213, 11214, 11215, 11216

$$A = 11200$$

D → +12, +13, +14, +15, +16

$$\text{avg. D} = \frac{10}{5} = 14$$

$$Ans = 11200 + 14 \\ = 11214 \checkmark$$

Q. 4332, 4328, 4340, 4335, 4345

A

D → -8    -12    0    ~~-8~~    ~~+8~~

$$\text{Avg D} = \frac{-20}{5} \cdot 4 = -4$$

$$Q_{nS} = 4340 - 4 = 4336 \checkmark$$



23, 17, 20, 19, 21  
Avg. ~~+3 -5 0 -1 +1~~ = 0  
Ans = 20

2. The arithmetic mean of the following data is \_\_\_\_\_.

23, 17, 20, 19, 21

निम्नलिखित संख्याओं का अंकगणितीय/समांतर माध्य \_\_\_\_\_ होगा।

23, 17, 20, 19, 21

SSC CGL TIER - II 02/03/2023

- (a) 20  
(c) 23

- (b) 19  
(d) 21

5, 4, 9,  $\alpha$ , 11, 12  
9

$$\text{M-1} \quad \frac{5+4+9+\alpha+11+12}{6} = 9$$

$$\Rightarrow 44 + \alpha = 54$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 10}}$$

3. If the mean of six observations 5, 7, 9,  $\alpha$ , 11 and 12 is 9 then the value of  $\alpha$  is :

यदि छह प्रेक्षणों 5, 7, 9,  $\alpha$ , 11 और 12 का माध्य 9 है, तो  $\alpha$  का मान है:

- (a) 10
- (b) 15
- (c) 22
- (d) 25

5, 7, 9,  $\alpha$ , 11, 12

9

$$-4 \cancel{+} 0, x, \cancel{+2}, +3 = 0$$

$$\begin{aligned}x - 1 &= 0 \\x &= 1\end{aligned}$$

$$\text{ans: } 9 + 1 = \underline{\underline{10}}$$

5, 7, 9,  $\alpha$ , 11, 12

q

$$-4 \cancel{+} 0, 0, \cancel{+2}, +3 = 0$$

(-1)

$$\alpha = 9 + 1 = 10$$

x

M-1

$$\frac{28+26+22+11+13+x}{6} = 20$$

$$\Rightarrow \frac{100+x}{6} = 20$$

$$\Rightarrow x = 20$$

If the mean of the data 28, 26, 22, 11, 13, x is 20, then find the value of 'x'.

यदि 28, 26, 22, 11, 13, x आंकड़ों का माध्य 20 है, तो 'x' का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 20

(b) 30

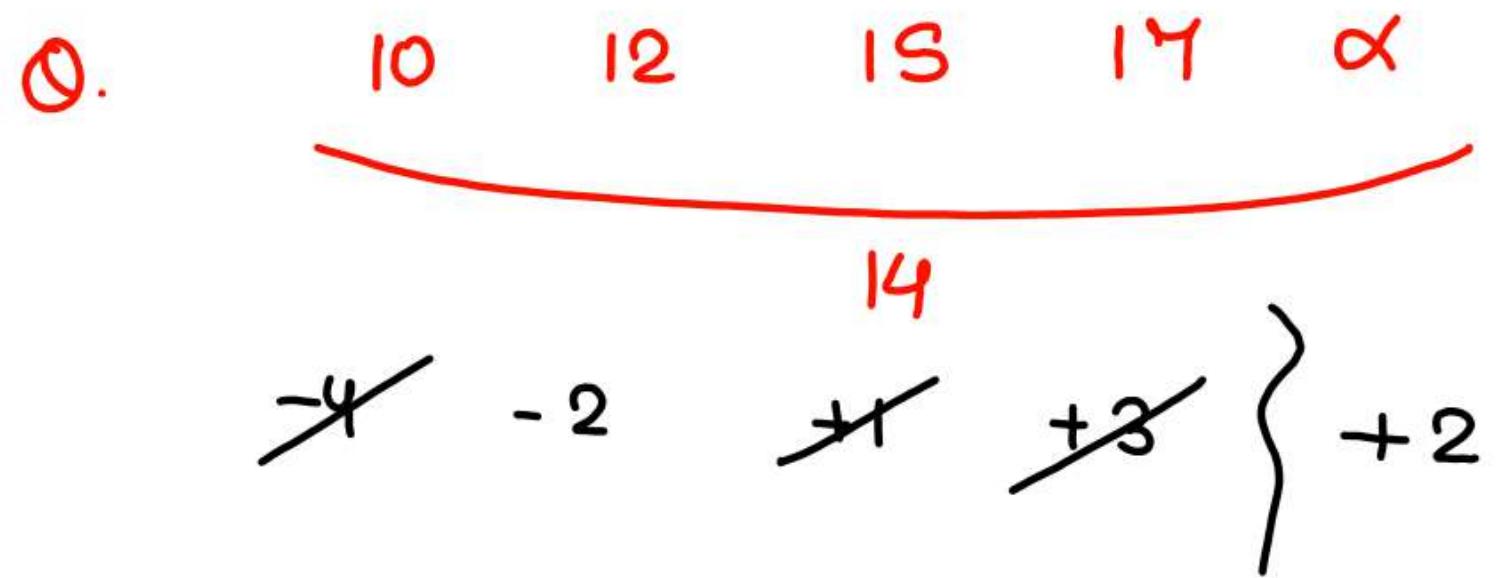
(c) 25

(d) 28

M-2

$$\begin{array}{ccccccc} 28, 26, 22, 11, 13 & & x \\ +8, +6, +2 & 20 & -9 -4 = 0 \end{array}$$

$$x = \underline{\underline{80}}$$



$$Q = 14 + 2 = \underline{\underline{16}}$$

Q.

$$\begin{array}{cccccc} 103 & 120 & 114 & 108 & \alpha \\ & & & & & \diagdown \\ & & 110 & & & \end{array}$$

~~-4~~ ~~+10~~ ~~+4~~ ~~-2~~

$$+8 \quad | -8$$

$$\alpha = 110 - 8 = \underline{\underline{102}}$$

# FOR DISCRETE FREQUENCY DISTRIBUTION

(xi)	Avg	40	20	30	
(fi)	Data	4	5	6	x

Basic

$$\text{Avg} = \frac{\text{Sum}}{\text{no.}}$$

$$= \frac{40 \times 4 + 20 \times 5 + 30 \times 6}{4+5+6}$$

$$= \frac{\cancel{4}40}{\cancel{1}5} \frac{\cancel{8}8}{\cancel{3}} = \frac{88}{3}$$

If  $X$  takes values  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  with corresponding frequencies  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  respectively, then arithmetic mean of these values is given by:

यदि  $X$  का मान  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  तथा संगत आवृत्तियाँ क्रमशः  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  हो, तो इन मानों का समांतर माध्य होगा:

∴

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

or  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{N}$  where  $N = \sum_{i=1}^n f_i = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n$

M-1  
Basic  $\sum (x_i) \text{Avg} \rightarrow 20 \quad 30 \quad 40$   
 $(f_i) \text{Data} \rightarrow 10 \quad 4 \quad 3$

$$\text{Ans} = \frac{10 \times 20 + 4 \times 30 + 3 \times 40}{10 + 4 + 3}$$

$$= \frac{530}{27} = \underline{\underline{26.5}}$$

$\sum (x_i) \text{Avg} \rightarrow -10 \quad 20 \quad \cancel{30} \quad +10$   
 $(f_i) \text{Data} \rightarrow 10 \quad 4 \quad 3$

$$\text{Avg D} \rightarrow \frac{-100 + 0 + 30}{27} = \frac{-70}{27} = -3.5$$

$$\text{Ans} = 30 - 3.5 \\ = 26.5 \checkmark$$

$\textcircled{O} (x_i) \text{ Avg} \rightarrow$	-2	-3	$\textcircled{O} 1125$	-5
$(f_i) \text{ Data} \rightarrow$	4	3	13	10

Basic  ~~$\frac{1123 \times 4 + 1122 \times 3 + 1125 \times 13 + 1120 \times 10}{30}$~~

Deviation method =  $\frac{-8 - 9 - 50}{30} = \frac{-67}{30} = -2.23$

$$\begin{aligned}\text{Avg} &= 1125 - 2.23 \\ &= \underline{\underline{1122.74}}\end{aligned}$$

$$\underline{\bar{x}} = \frac{4 \times 5 + 10 \times 6 + 10 \times 9 + 7 \times 10 + 8 \times 15}{5 + 10 + 10 + 7 + 8}$$

$$= \frac{360}{40} \quad 9$$

Avg  
Data

$(x)$	4	6	9	10	15
$(f)$	5	10	10	7	8

- (a) 9  
(c) 12

- (b) 10  
(d) 8

average

Find the mean of the following distribution:

निम्नलिखित वितरण का माध्य ज्ञात कीजिएः

M-2

5. Find the mean of the following distribution:

निम्नलिखित वितरण का माध्य ज्ञात कीजिएः

-5	-3	<u>9</u>	+1	+6
Avg $\leftarrow (x)$	4	6	9	10
Data $\leftarrow (f)$	5	10	10	7

- (a) 9                          (b) 10  
 (c) 12                          (d) 8

$$\text{Avg} = \frac{-25 - 30 + 4 + 48}{40} = \frac{-55 + 48}{40} = 0$$

Ans : 9

6. The following table shows the number of commercial clerks at 100 stations in a electric department:

निम्नलिखित तालिका में एक विद्युत विभाग के 100 स्टेशनों के कर्मशियल क्लर्कों की संख्या बताई गई है:

$$\text{Avg} = \frac{36+24+22+0+16+5}{100} \\ = 2.73$$

Number of Commercial Clerks (x)	3	1	2	0	4	5
Number of stations (f)	12	24	11	9	29	15

Find the mean from the above.

उपर्युक्त से माध्य ज्ञात कीजिए।

- (a) 2.50
- (b) 2.73
- (c) 2.33
- (d) 2.58

7. Find the mean of the following distribution:

निम्नलिखित वितरण का माध्य ज्ञात कीजिए:

(x)	5	6	7	8	9
(f)	4	8	14	11	3

- (a) 8.325                                     (b) 9.125  
~~(c) 7.025~~                                     (d) 5.225

$$\begin{aligned} \text{Ans} &= \frac{20+48+98+88+97}{40} \\ &= \frac{381}{40} \\ &= 9.525 \end{aligned}$$

m-1

$$\text{mean/avg} = \frac{3 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 6 + 1 \times 10 + 2(p+5)}{11} = 6$$

8.

If the mean of the following distribution is 6,  
find the value of p.

यदि निम्नलिखित वितरण का माध्य 6 है, तो p का मान  
ज्ञात कीजिए।

$$\Rightarrow 6 + 8 + 18 + 10 + 2p + 10 = 66$$

$$\Rightarrow 52 + 2p = 66$$

~~$$\Rightarrow 2p = 14$$~~

avg	$(x)$	2	4	6	10	$p + 5$
Data	$(f)$	3	2	3	1	2

- ~~(a) 7~~  
~~(c) 9~~

- (b) 8  
(d) 10

9. If the mean of the following data is 15, then find the value of k.

यदि निम्नलिखित डेटा का माध्य 15 है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

Avg	(x)	5	10	15	20	25	} IS
No.	(f)	6	k	6	10	5	

(a) 7

(c) 6

(b) 8

(d) 10

$$\text{Avg} = \frac{30 + 10k + 90 + 200 + 125}{95 + k} = 15$$

$$\Rightarrow 445 + 10k = 405 + 15k$$

$$\Rightarrow 840 = 5k$$

(Basic)

avg → 5    15    25    35    45

Data → 7    10    15    8    10

~~$$\text{Avg} = \frac{7 \times 5 + 10 \times 15 + 15 \times 25 + 8 \times 35 + 10 \times 45}{7 + 10 + 15 + 8 + 10}$$~~

10. Find the mean of the following frequency distribution:

निम्नलिखित आवृत्ति वितरण का माध्य ज्ञात कीजिए:

	5	15	25	35	45
Class interval:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of workers (f):	7	10	15	8	10

- |          |          |
|----------|----------|
| (a) 25.8 | (b) 24.8 |
| (c) 25.9 | (d) 24.9 |

-20	-10	<sup>o</sup> avg	+10	+20
avg → 5	15	25	35	45
Data → 4	10	15	8	10

$$\text{Avg} = \frac{-140 - 100 + 0 + 80 + 200}{50}$$

$$= \frac{40}{50} = 0.8$$

$$\text{Avg} = 25 + 0.8 = \underline{\underline{25.8}}$$

Avg  
Data

Class interval:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of workers (f):	7	10	15	8	10

- (a) 25.8                                  (b) 24.8  
 (c) 25.9                                    (d) 24.9

11. Arithmetic Mean (AM) of the following data is-

निम्नलिखित डाटा का समांतर (AM) माध्य है-

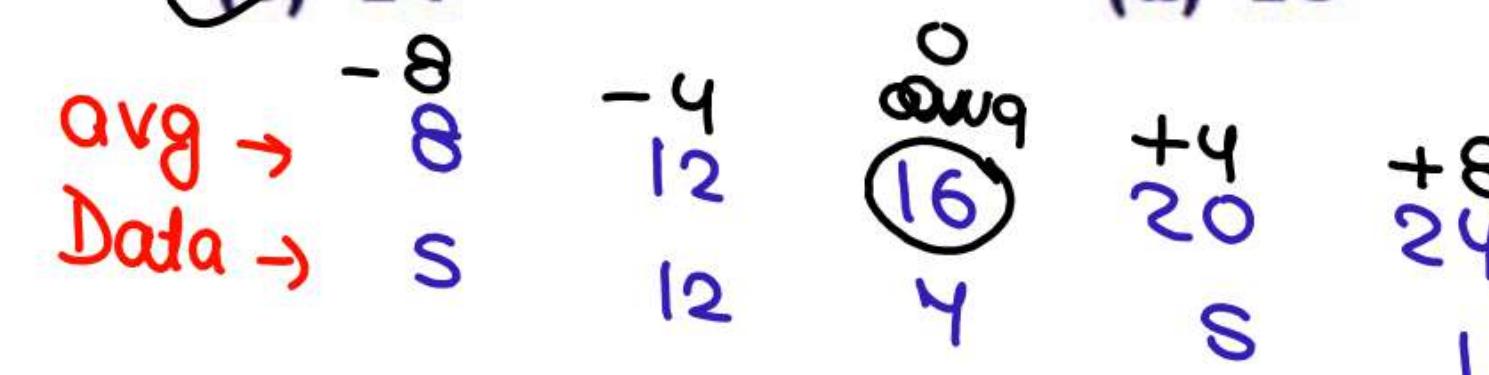
Class-interval	8 6-10	12 10-14	16 14-18	20 18-22	24 22-26
Frequency	5	12	7	5	1

(a) 10

(c) 14

(b) 12

(d) 18



$$\begin{aligned} \text{D}_{\text{avg}} &= \frac{-40 - 48 + 0 + 20 + 8}{30} \\ &\equiv \frac{-66}{30} = -2 \end{aligned}$$

$$\text{Ans} = 16 - 2 = 14$$

12. The mean of the following distribution is 26, then what is the value of k?

Q26

यदि निम्नलिखित बंटन का माध्य 26 है, तो k का मान क्या है?

5	15	25	35	45
Class	0-10	10-20	20-30	30-40

Frequency	8	10	k	6	12
-----------	---	----	---	---	----

(a) 8

(b) 1

(c) 4

(d) 10

Basic

Avg	S	15	25	35	45
Data	8	10	k	6	12

$$\text{Avg} = \frac{40 + 150 + 25k + 350 + 450}{36+k} = 26$$

$$\Rightarrow 940 + 25k = 936 + 26k$$

$$\Rightarrow 4 = k$$

12. The mean of the following distribution is **26**, then what is the value of k?

Q26

यदि निम्नलिखित बंटन का माध्य 26 है, तो k का मान क्या है?

5	15	25	35	45
Class	0-10	10-20	20-30	30-40
Frequency	8	10	k	6

(a) 8

(b) 1

(c) 4

(d) 10

Deviation

Avg	-21	-11	-1	+9	+19
S	15	25	35	45	
Data	8	10	k	6	12

$$\begin{aligned}
 & -168 - 110 - 1k + 54 + 228 = 0 \\
 \Rightarrow & -218 - k + 282 = 0 \\
 \Rightarrow & k = 4
 \end{aligned}$$

**Net Deviation = 0**

13. Find the arithmetic mean of the following frequency distribution by the assumed mean method:

कल्पित माध्य विधि द्वारा निम्नलिखित बारंबारता बंटन का समांतर माध्य ज्ञात कीजिए:

<u>Avg.</u> <u>No.</u>	Wages (in Rs.):	800	820	860	900	920	980	1000
	No. of Workers:	7	14	19	25	20	10	5

- (a) Rs. 891.2      (b) Rs. 890.2  
 (c) Rs. 895.6      (d) Rs. 898.6

$$D_{avg} = \frac{-700 - 1120 - 160 + 0 + 400 + 800 + 500}{100}$$

$$\begin{aligned} D_{avg} &= \frac{-880}{100} = -8.8 \\ Q_m &= 900 - 8.8 \\ &= 891.2 \end{aligned}$$

	-200	-100	0	+100	+200
Avg	100	200	300	400	500
Data	16	10	22	15	12

$$D_{avg} = \frac{-3200 - 1000 + 1500 + 2400}{15} = \frac{4}{18}$$

$$Avg = 300 - 4 = 296$$

14. Find the arithmetic mean of the following frequency distribution by the assumed mean method:

कल्पित माध्य विधि द्वारा निम्नलिखित बारंबारता बंटन का समांतर माध्य ज्ञात कीजिए:

	100	200	300	400	500
Class-interval	50-150	150-250	250-350	350-450	450-550
Frequency	16	10	22	15	12

(a) 290

(c) 285

(b) 296

(d) 250

# MEDIAN/ माध्यिका

The value of the middlemost observation, obtained after arranging the data in ascending or descending order, is called the median of the data.

डेटा को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने के बाद मध्यतम प्रेक्षण को माध्यिका कहते हैं।

For example, consider the data: 4, 4, 6, 3, 2. Let's arrange this data in ascending order: 2, 3, 4, 4, 6. There are 5 observations. Thus, median = middle value i.e. 4.

उदाहरण के लिए माना 4, 4, 6, 3, 2 कोई डेटा है इसे सबसे पहले आरोही क्रम 2, 3, 4, 4, 6 में व्यवस्थित करते हैं। कुल 5 प्रेक्षण हैं। इस लिए माध्यिका = मध्यतम मान अर्थात् 4 है।

0      12, 10, 6, 14, 9, 17, 18

Median = ?

Ans

~~8, 11, 9, 10, 12, 14, 18~~

Ans

0      12, 10, 6, 4, 9, 14, 18

Median = ?

Ans

6, 4, 9, 10, 12, 14, 18

$$n = \frac{7+1}{2} = 4^{\text{th}} \text{ term}$$

$$\text{Ans} = \underline{\underline{10}}$$

no of terms

odd       $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$   
even       $\left(\frac{n}{2}\right) \cdot \left(\frac{n+1}{2}\right)$

avg -

Q. 12, 16, 10, 6

median=?

oh ~~6, 10, 12, 16~~

$$\text{Ans} = \frac{10+12}{2} = 11$$

Q. 12, 16, 10, 6

median=?

Ans 6,  $\textcircled{10}$ ,  $\textcircled{12}$ , 16

A.M of  $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$ ,  $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{th}}$  term

$$= \left(\frac{4}{2}\right), \left(\frac{4}{2}+1\right)$$

= 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup>

$$\text{Avg} = \frac{10+12}{2} = \textcircled{11}$$

**STEP I :** Arrange the observations  $x_1, x_2, \dots, x_n$  in ascending or descending order of magnitude.

प्रेक्षणों  $x_1, x_2, \dots, x_n$  को परिमाण के आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करें।

**STEP II :** Determine the total number of observations, say, n

प्रेक्षणों की कुल संख्या निर्धारित करें, मान लीजिए, n

**STEP III :** If n is odd, then median is the value of  $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$  observation.

यदि n विषम है, तो माध्यिका  $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$  अवलोकन का मान है।

If n is even, then median is the AM of the values of  $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$  and  $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{th}}$  observations.

यदि n सम है, तो माध्यिका  $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}}$  और  $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{th}}$  प्रेक्षणों के मानों का AM है।

15. The following are the marks of 9 students in a class. Find the median.

एक कक्षा में 9 छात्रों के अंक निम्नलिखित हैं। माध्यिका ज्ञात कीजिए।

~~34, 32, 48, 38, 24, 30, 27, 21, 35~~

(a) 24

(b) 32

(c) 38

(d) 21

~~34, 32, 31, 30, 32, 34, 35, 38, 48~~

Ans = 32

16. Find the median of the daily wages of ten workers from the following data:

निम्नलिखित आंकड़ों से दस श्रमिकों की दैनिक मजदूरी का माध्य ज्ञात कीजिए:

Rs. 20, 25, 17, 18, 8, 15, 22, 11, 9, 14

(a) 16

(c) 20

(b) 18

(d) 22

~~8, 9, 11, 14, 15, 17, 18, 20, 22, 25~~

$$\text{Ans} = \frac{15+17}{2} = 16$$

17. The median of the following data will be \_\_\_\_\_.

32, 25, 33, 27, 35, 29 and 30

निम्नलिखित संख्याओं की माध्यिका ..... होगी।

32, 25, 33, 27, 35, 29 और 30

SSC CGL TIER- II 03/03/2023

(a) 32

(c) 30

(b) 27

(d) 29

~~28, 21, 29, 30, 32, 33, 35~~

ans: 30

18. The median of a set of observations 15, 16, 18, 22,  $x + 2$ ,  $x + 3$ , 26, 27, 30 arranged in ascending order is 24, then find the value of  $x$ .

आरोही क्रम व्यवस्थित प्रैक्षणों के एक सेट 15, 16, 18, 22,  $x + 2$ ,  $x + 3$ , 26, 27, 30 की माध्यिका 24 है, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 26
- (b) 25
- (c) 20
- (d) 22

~~15, 16, 18, 22,  $x+2$ ,  $x+3$ , 26, 27, 30~~

$$x+2 = 24$$

$$\underline{x = 22}$$

19. The median of observations  $k - \frac{3}{2}$ ,  $k + 2$ ,

$k - 1$ ,  $k + 4$ ,  $k + \frac{1}{2}$ ,  $k - 3$ ,  $k + 4 \frac{1}{2}$  is \_\_\_\_.

प्रेक्षणों,  $k - \frac{3}{2}$ ,  $k + 2$ ,  $k - 1$ ,  $k + 4$ ,  $k + \frac{1}{2}$ ,  $k - 3$ ,

$k + 4 \frac{1}{2}$  की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

NTPC 01/04/2021 (Shift-03)

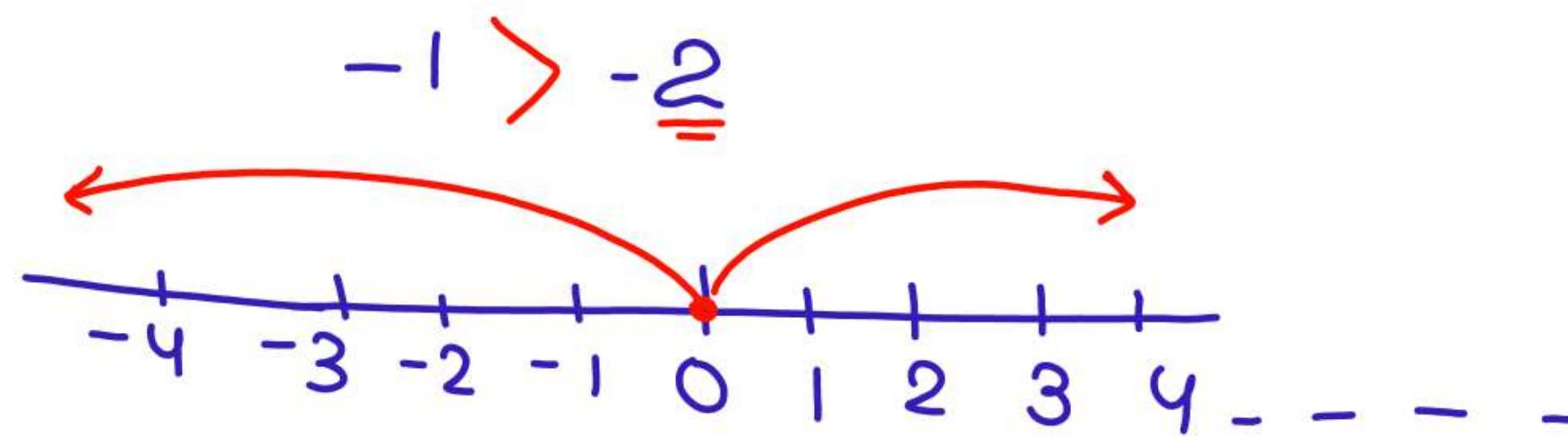
(a)  $k - \frac{3}{2}$

(c)  $k - 1$

(b)  $k + \frac{1}{2}$

(d)  $k + 2$

$$3 < 4$$
$$-3 > -4$$



19. The median of observations  $k - \frac{3}{2}$ ,  $k + 2$ ,

~~-5, -1.5, -1, 0.5, 2, 4, 4.5~~

$k - 1, k + 4, k + \frac{1}{2}, k - 3, k + 4 \frac{1}{2}$  is \_\_\_\_\_.

प्रेक्षणों,  ~~$-1.5$~~ ,  ~~$\frac{3}{2}$~~ ,  $+2$ ,  ~~$-1$~~ ,  $+4$ ,  ~~$+0.5$~~ ,  ~~$\frac{1}{2}$~~ ,  ~~$-3$~~ ,  
 $+4.5$ ,  $+4 \frac{1}{2}$  की माधिका ज्ञात कीजिए।

NTPC 01/04/2021 (Shift-03)

(a)  $- \frac{3}{2}$

(c)  $-1$

(b)  $+ \frac{1}{2}$

(d)  $+2$

20. What is the difference between mean and median of the given data.

दिए गए आँकड़ों के माध्य और माध्यिका में क्या अंतर है।

~~6, 8, 5, 7, 12, 16, 6, 8, 13~~

- (a) 4
- (b) 2
- (c) 1
- (d) 1.5

$$\text{Mean} = \frac{6+8+5+7+12+16+6+8+13}{9}$$

$$= \frac{81}{9}$$

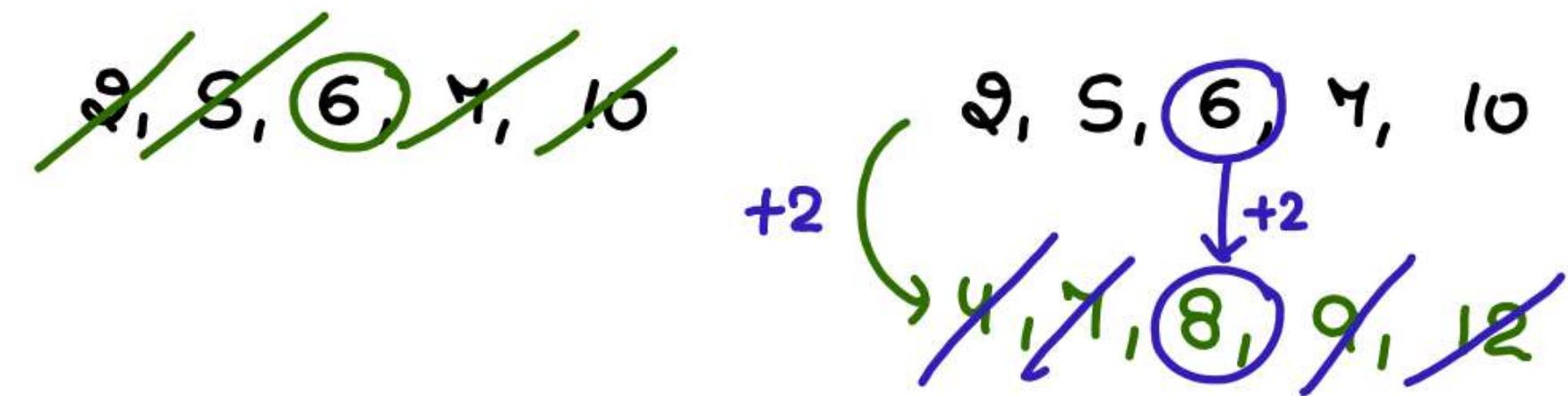
$$= 9$$

}

~~5, 6, 6, 7, 8, 8, 12, 13, 16~~

Median

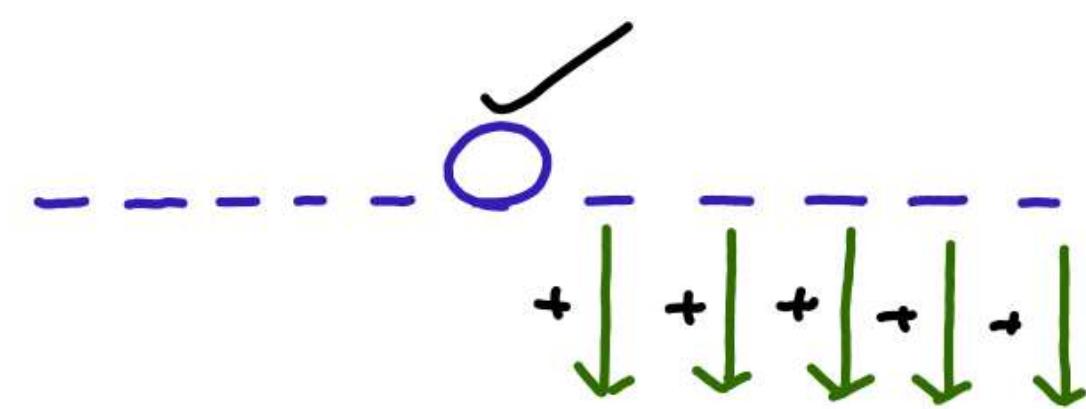
$$\text{diff} = 9 - 8 = 1$$



- 2 - 3 - S - 4 - 9

~~2~~ ~~3~~ ~~S~~ ~~4~~ ~~9~~

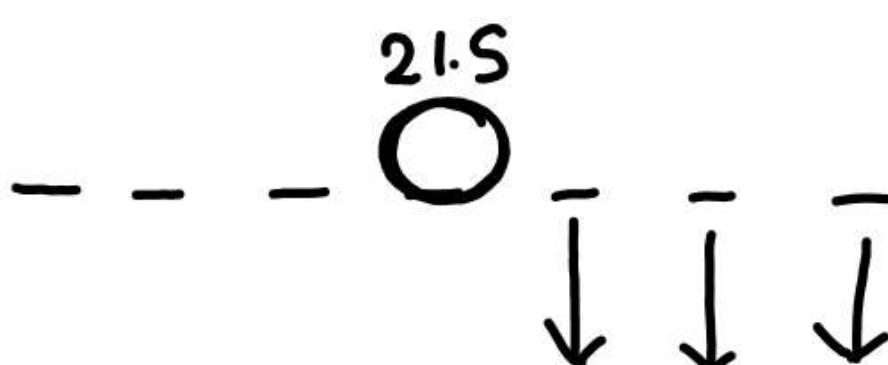
21. The median of a set of 11 distinct observations is 73.2. If each of the largest five observations of the set is increased by 3, then the median of the new set:



11 विभिन्न प्रेक्षणों के एक समुच्चय की माध्यिका 73.2 है। यदि समुच्चय के सबसे बड़े पांच प्रेक्षणों में से प्रत्येक में 3 की वृद्धि की जाती है, तो इस नए समुच्चय की माध्यिका :

**SSC CGL TIER- II 07/03/2023**

- (a) Is 3 times that of the original set  
मूल सेट का 3 गुना है
- (b) Is increased by  $3/3$  की वृद्धि हुई है
- (c) Remains the same as that of the original set  
मूल सेट के समान ही रहता है
- (d) Is decreased by  $3/3$  से घटा है



22. The median of a set of 7 distinct observation is 21.5. If each of the largest 3 observations of the set is increased by 4, then the median of the new sets-

7 भिन्न प्रेक्षणों के एक समुच्चय की माध्यिका 21.5 है। यदि समुच्चय के सबसे बड़े 3 प्रेक्षणों में से प्रत्येक में 4 की वृद्धि कर दी जाए, तो नए समुच्चय की माध्यिका -

- (a) Will decrease by  $4/4$  कम होगी
- (b) Will be four times the original median  
मूल माध्यिका की चार गुना होगी
- (c) Will remain the same as that of the original set/ मूल समुच्चय के समान ही रहेगी
- (d) Will increase by  $4/4$  बढ़ेगी

# **MEDIAN OF DISCRETE FREQUENCY DISTRIBUTION**

**असतत् बारंबारता बंटन की माध्यिका**

**STEP I :** Find the cumulative frequencies (c.f.)

संचयी आवृत्तियों को ज्ञात करें

**STEP II :** Find  $\frac{N}{2}$ , where  $N = \sum_{i=1}^n f_i$

$\frac{N}{2}$  ज्ञात करें, जहाँ  $N = \sum_{i=1}^n f_i$

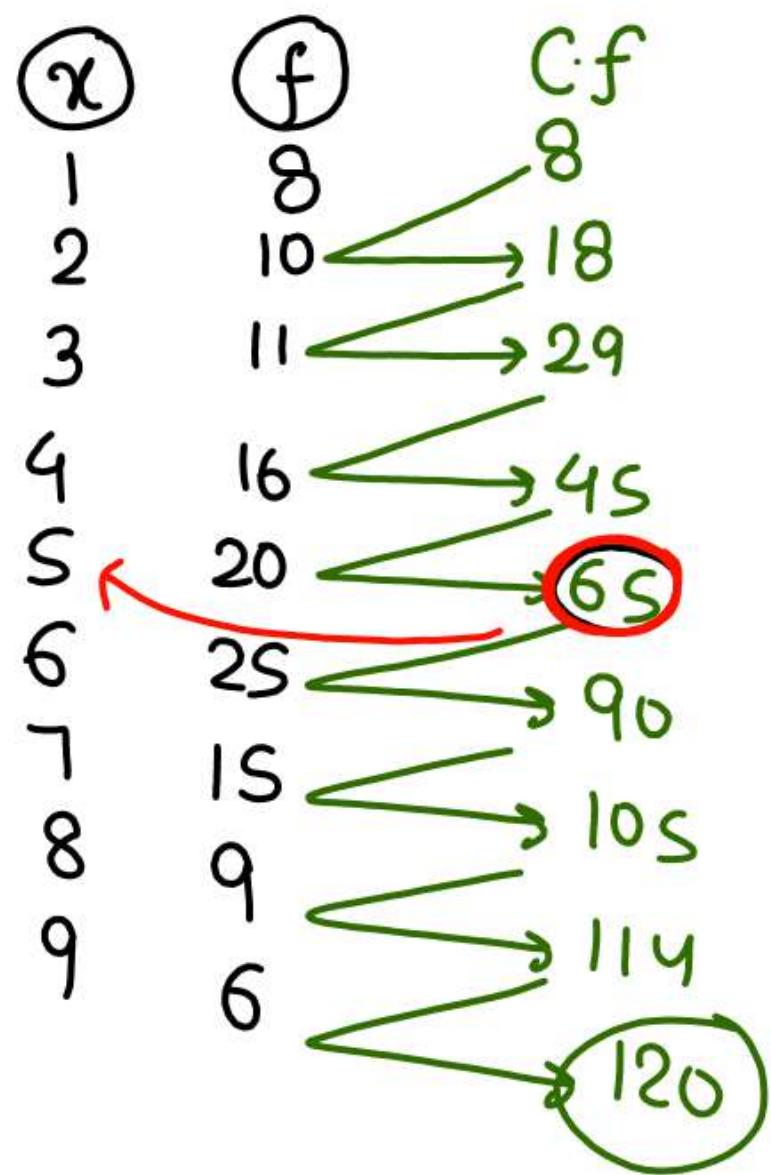
**STEP III:** See the cumulative frequency (c.f.) just greater than  $\frac{N}{2}$  and determine the corresponding value of the variable.

$\frac{N}{2}$  से ठीक अधिक संचयी आवृत्ति (सी.एफ.) देखें

और चर का संगत मान निर्धारित करें।

**STEP IV:** The value obtained in step III is the median.

चरण III में प्राप्त मान ही माध्यिका है।



23. Obtain the median for the following frequency distribution:

निम्नलिखित आवृत्ति वितरण के लिए माध्यिका प्राप्त करें:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f	8	10	11	16	20	25	15	9	6

- (a) 3  
(c) 7

- (b) 5  
(d) 10

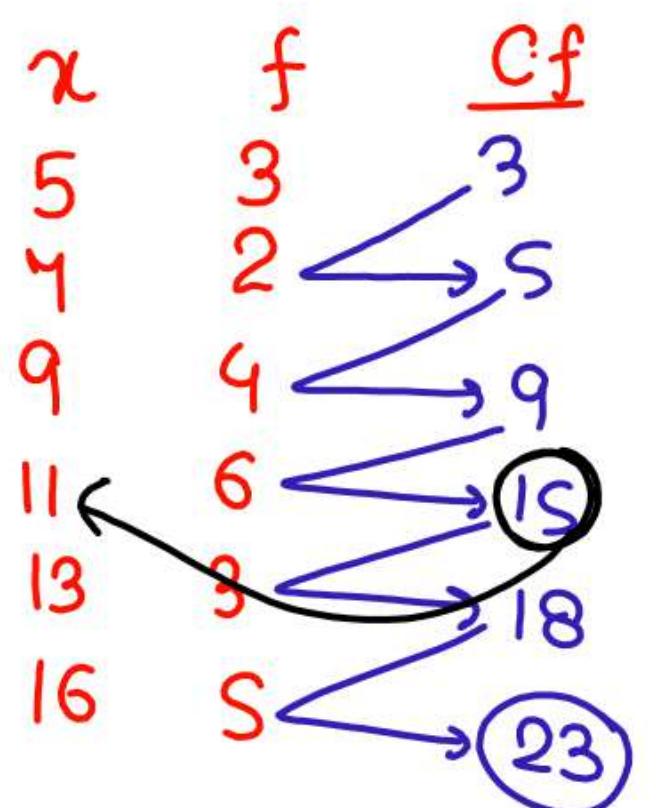
$$\frac{C.f}{2} = \frac{120}{2} = 60$$

**24. Find the median of the following data.**

निम्नलिखित आँकड़ों की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

Term ( $x$ )	5	7	9	11	13	16
Frequency	3	2	4	6	3	5

- (a) 15      (b) 12  
 (c) 10.5      (d) 11



$$\frac{23}{2} = \underline{\underline{11.5}}$$

O.	$x_i$	$f_i$	<u>C.f</u>
	3	8	8
	4	4	12
	5	3	15
	6	6	21
	7	5	26
	8	4	30

Median = ?

$$\frac{30}{2} = 15$$

# **MEDIAN OF A GROUPED OR CONTINUOUS FREQUENCY DISTRIBUTION**

**सतत् बारंबारता बंटन की माध्यिका**

**STEP I :** Obtain the frequency distribution.

आवृत्ति वितरण प्राप्त करें।

**STEP II :** Prepare the cumulative frequency column and obtain  $N = \sum f_i$ .

संचयी आवृत्ति स्तंभ तैयार करें और  $N = \sum f_i$  प्राप्त करें।

**STEP III :** Find  $\frac{N}{2}$  ज्ञात करें।

**STEP IV :** See the cumulative frequency just greater than  $\frac{N}{2}$  and determine the corresponding class. This class is known as the median class.

$\frac{N}{2}$  से ठीक अधिक संचयी आवृत्ति देखें और संगत वर्ग निर्धारित करें। इस वर्ग को माध्यिका वर्ग के नाम से जाना जाता है।

**STEP V :** Use the following formula:

$$\text{Median} = l + \left\{ \frac{\frac{N}{2} - F}{f} \right\} \times h$$

निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करें:

$$\text{माध्यिका} = l + \left\{ \frac{\frac{N}{2} - F}{f} \right\} \times h$$

where,  $l$  = lower limit of the median class

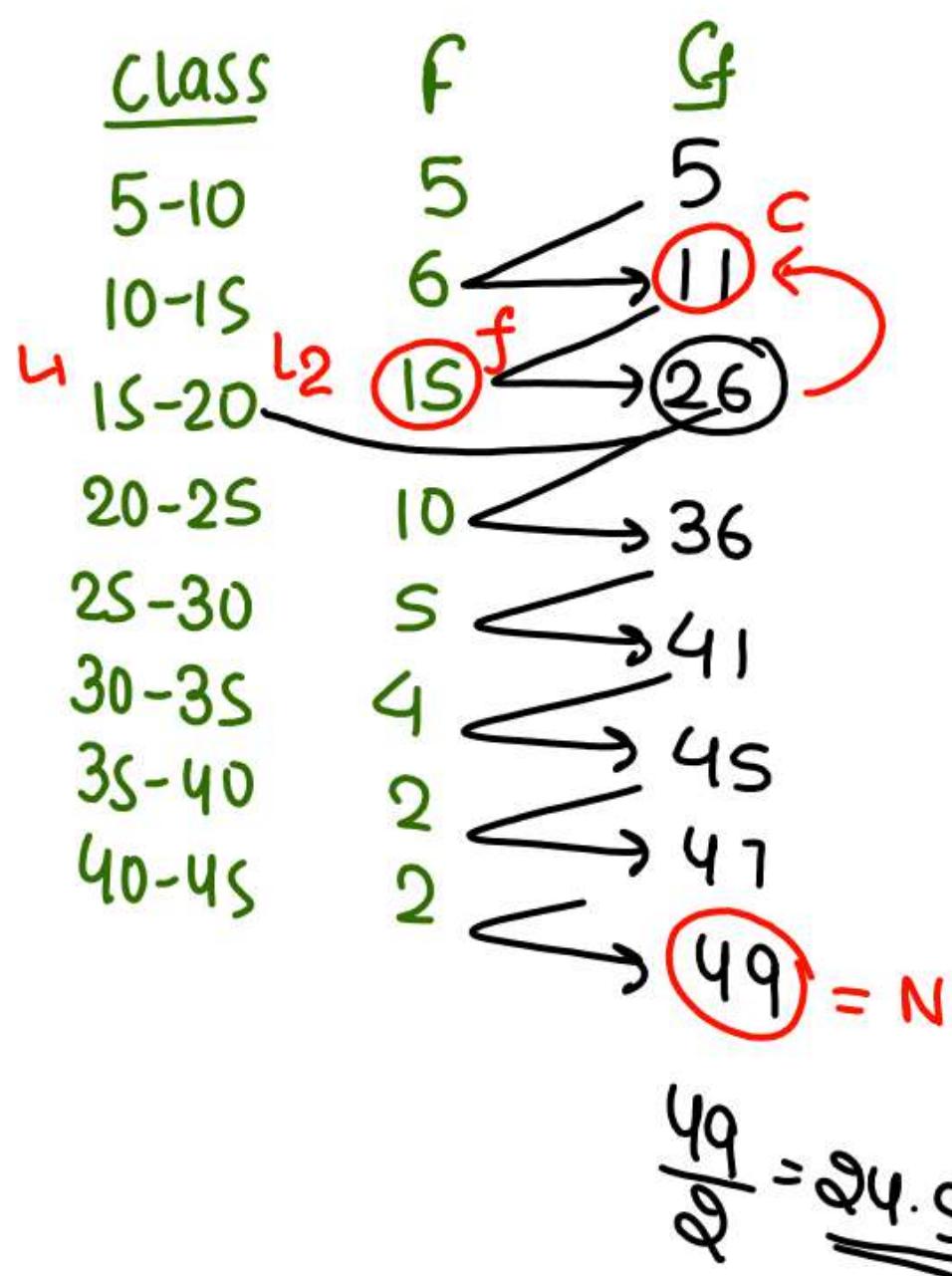
जहाँ,  $l$  = माध्यिका वर्ग की निचली सीमा

$f$  = frequency of the median class

$f$  = माध्यिका वर्ग की आवृत्ति

$h$  = (size) of the median class

$$L_1 + \frac{(L_2 - L_1) \times \left(\frac{N}{2} - c\right)}{f}$$



25. Calculate the median from the following distribution:

निम्नलिखित वितरण से माध्यका की गणना करें:

<del>Class</del>	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
<del>Frequency</del>	5	6	15	10	5	4	2	2

(a) 17.4

(c) 14.2

(b) 18.4

(d) 19.5

$$\begin{aligned}
 &= 15 + \frac{\cancel{f}}{18} \times (24.5 - 11) \\
 &= 15 + \frac{1}{3} \times 13.5 \\
 &= \frac{45 + 13.5}{3} \\
 &= \frac{58.5}{3} = 19.5
 \end{aligned}$$

$$l_1 + \frac{(l_2 - l_1) \times \left(\frac{N}{2} - c\right)}{f}$$

26. Find the median of the following data.

<u>Class</u>	<u>frequency</u>	<u>C.f</u>
10 - 15	4	4
15 - 20	9	13
20 - 25	11	24
25 - 30	8	32
30 - 35	18	50

$$\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25.5$$

निम्नलिखित आँकड़ों की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

<b>Class</b>	<b>10-15</b>	<b>15-20</b>	<b>25-30</b>	<b>30-35</b>	<b>35-40</b>
<b>Frequency</b>	7	9	11	8	18

- (a) 20.35      (b) 25.1  
 (c) 22.5      (d) 27.35

$$\begin{aligned}
 \text{Median} &= l + \frac{(l_2 - l)}{f} \times \left( \frac{N}{2} - c \right) \\
 &= 25 + \frac{5}{11} \times (25.5 - 16) \\
 &= 25 + \frac{5}{11} \times 10.5 \\
 &= 25 + 4.5 = 29.5
 \end{aligned}$$

(a) 38

(c) 35

(b) 40

(d) 41.5

$$\frac{N}{2} = \frac{45}{2} = 22.5$$

$$m_y = l_1 + \frac{(l_2 - l_1)}{f} \times \left( \frac{N}{2} - c \right)$$

$$= 40 + \frac{10}{10} \times (22.5 - 20)$$

$$= 40 + 1.5$$

$$= 41.5$$

**27. Find the median of the following data.**

निम्नलिखित आँकड़ों की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

Class (CI)	Frequency (F)	C.f
0-10	8	8
10-20	3	11
20-30	7	18
30-40	4	22
40-50	10	32
50-60	1	33
60-70	3	36
70-80	5	41
80-90	2	43
90-100	4	44

# MODE/ बहुलक

The mode or modal value of a distribution is that value of the variable for which the frequency is maximum.

वह मान जो दिए गए डेटा में सबसे अधिक बार दिखाई देता है  
यानी उच्चतम आवृत्ति वाल डेटा बहुलक कहलाता है।



28. Find the mode of the following data:

निम्नलिखित डेटा का बहुलक ज्ञात करें:

~~25, 16, 19, 48, 19, 20, 34, 15, 19, 20, 21, 24,~~  
~~19, 16, 22, 16, 18, 20, 16, 19~~

(a) 16 ५ बार

(c) 20 ३ बार

(b) 19 ५ बार

(d) 22 १ बार

**29. What will be the mode of the following data?**

निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक क्या होगा?

13, 15, 31, 12, 27, 13, 27, 30, 27, 28 and 16

**SSC CGL TIER- II 06/03/2023**

- |               |         |               |         |
|---------------|---------|---------------|---------|
| <b>(a) 28</b> | 1 वार्ष | <b>(b) 31</b> | 1 वार्ष |
| <b>(c) 30</b> | 1 वार्ष | <b>(d) 27</b> | 3 वार्ष |

30. What is the mode of the given data?

दिए गए डेटा का बहुलक ज्ञात कीजिए।

5, 7, 9, 7, 3, 7, 5, 7, 8, 6, 7

**SSC CGL TIER- II 07/03/2023**

- (a) 7 → 5 नार  
(c) 5 → 2 नार

- (b) 6 → 1 नार  
(d) 3 → 1 नार

31. Find the mode and median of 8, 7, 3, 7, 9, 4, 5, 9, 7, 6, 5.

~~8, 7, 3, 7, 9, 4, 5, 9, 7, 6, 5~~ का बहुलक तथा माध्यिका  
ज्ञात कोजिए।

- (a) 9, 8  
(c) 8, 6

- (b) 7, 7  
(d) 7, 8

~~3, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 9~~

Mode = 7

Median = 7

32. Find the sum of the mean, median and mode of the given data.

दिए गए डेटा का माध्य, माध्यिका और बहुलक का योग ज्ञात कीजिए।

~~9, 35, 20, 25, 25, 15, 25~~

NTPC 30/01/2021 (Shift-01)

- (a) 50  
(c) 75

- (b) 47  
(d) 72

Mean:  $\frac{9+15+20+25+25+25+35}{7}$

$$= \frac{154}{7}$$

$$= 22$$

Mode = 25  
Median = 25

~~8, 3, 3, 3, 4, 4, 5~~

$$\text{Mean} = \frac{24}{7}$$

$$\text{Mode} = 3$$

$$\text{Median} = 3$$

$$\text{Mode} = 3\text{median} - 2\text{mean}$$

$$3 = 3 \times 3 - 2 \times \frac{24}{7}$$

$$9 - \frac{48}{7}$$

$$9 - \frac{48}{7}$$

$$2$$

## **Relation between mean, median and mode:**

माध्य, माध्यिका और बहुलक के बीच संबंधः

**Mode/बहुलक**

$$= 3(\text{Median}/\text{माध्यिका}) - 2(\text{Mean}/\text{माध्य})$$

Mode = 3Median - 2mean

Mean = 60

Median = 48

mode = ?

**33. Mean of a sample data = 60 and median = 48.  
Find the mode of this distribution.**

एक नमूना आंकड़ों का माध्य = 60 और माध्यिका = 48 है।  
इस बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए।

**SSC CGL TIER- II 06/03/2023**

(a) 36

(c) 24

(b) 18

(d) 48

$$\text{Mode} = 3\text{Median} - 2\text{Mean}$$

$$= 3 \times 48 - 2 \times 60$$

$$= 144 - 120$$

$$= 24$$

34. Find the mode if mean and median are 4 and 5 respectively.

यदि माध्य और माध्यिका क्रमशः 4 और 5 हैं तो बहुलक ज्ञात कीजिए।

NTPC 05/02/2021 (Shift-01)

- (a) 9  
(c) 11

- (b) 7  
(d) 5

$$\text{Mean} = 4$$

$$\text{Median} = 5$$

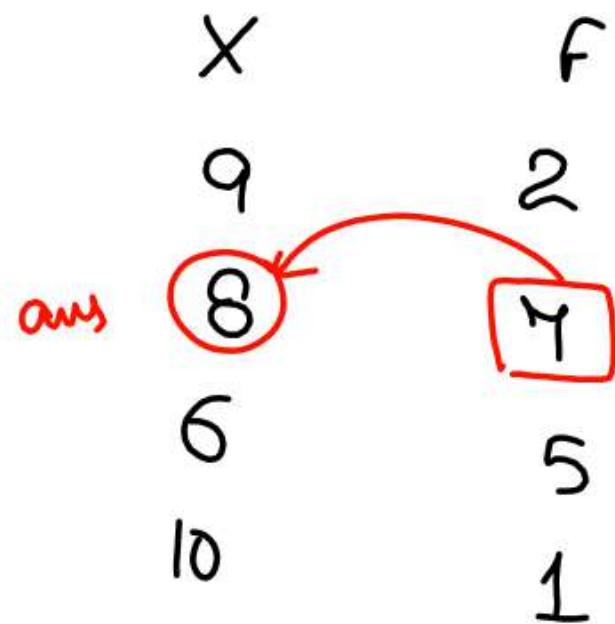
$$\begin{aligned}\text{Mode} &= 3\text{Median} - 2\text{Mean} \\ &= 3 \times 5 - 2 \times 4 \\ &= 15 - 8 \\ &= 7\end{aligned}$$

# **COMPUTATION OF MODE FOR A CONTINUOUS FREQUENCY DISTRIBUTION**

**सतत बारंबारता बंटन का बहुलक**

~~Q1~~ 2, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6.

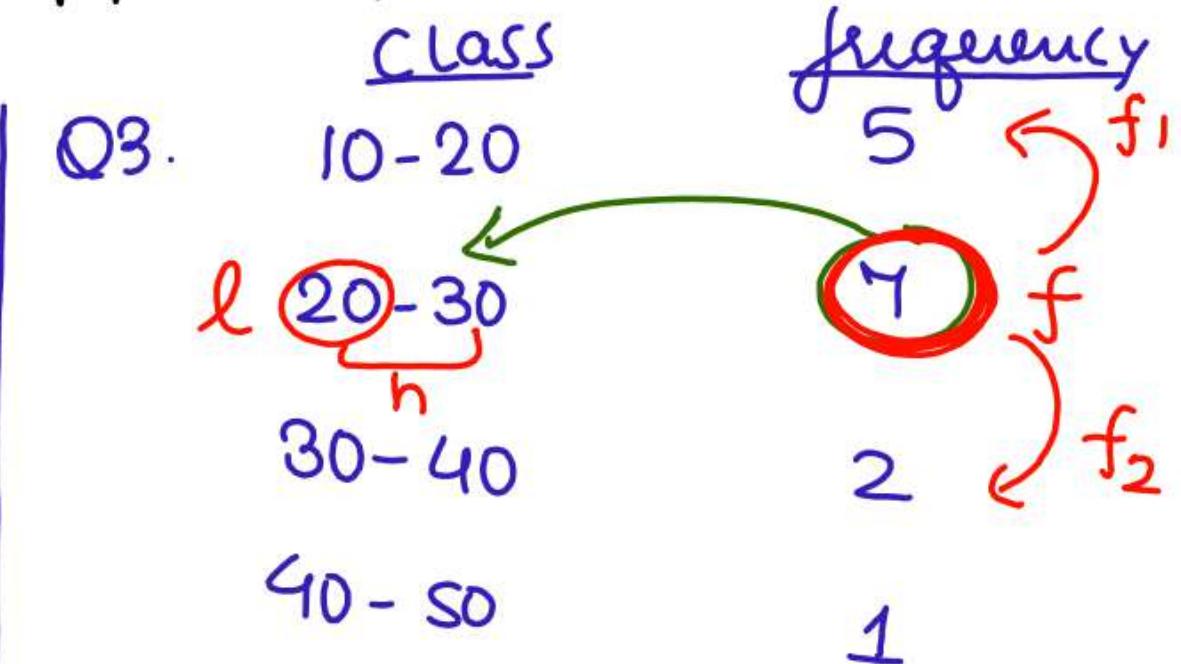
Q2.



9, 9, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 6, 6, 6, 6, 6, 10

Mode = 8

Mode = 4.



$$\text{Mode} = l + \left( \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2} \right) \times h$$

**STEP I :** Obtain the continuous frequency distribution.

सतत आवृत्ति वितरण प्राप्त करें।

**STEP II :** Determine the class of maximum frequency either by inspection or by grouping method. This class is called the modal class.

निरीक्षण या समूहीकरण विधि द्वारा अधिकतम आवृत्ति का वर्ग निर्धारित करें। इस वर्ग को मोडल वर्ग कहा जाता है।

**STEP III :** Obtain the values of the following from the frequency distribution:

आवृत्ति वितरण से निम्नलिखित के मान प्राप्त करें:

$l$  = lower limit of the modal class,

मोडल वर्ग की निचली सीमा,

$f$  = frequency of the modal class

मोडल वर्ग की आवृत्ति

$h$  = width of the modal class,

मोडल वर्ग की चौड़ाई,

$f_1$  = frequency of the class preceding the modal class,

मोडल वर्ग से पहले वाले वर्ग की आवृत्ति

$f_2$  = frequency of the class following the modal class.

मोडल वर्ग के बाद वाले वर्ग की आवृत्ति।

**STEP IV :** Substitute the values obtained in step III in the following formula:

चरण III में प्राप्त मानों को निम्नलिखित सूत्र में रखें:

$$\text{Mode/ बहुलक} = l + \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2} \times h$$

Age (years) (X)	Number of Children (F)
9	1
12	6
5	9
8	7
7	4
6	3

$$\begin{aligned} \text{Mean} &= \frac{9+12+4 \cancel{5}+5 \cancel{6}+2 \cancel{8}+1 \cancel{8}}{30} \\ &= \frac{38}{30} \\ &\underline{\underline{M.6}} \end{aligned}$$

35. Given below is the data of the age of the various children.

नीचे विभिन्न बच्चों की आयु का डेटा दिया गया है।

What is the difference between the mean and mode of the ages?

आयु के माध्य और बहुलक में क्या अंतर है?

(a) 2.6

(b) 2.5

(c) 3.5

(d) 3.6

Mode = 5

$$\begin{aligned} \text{Ans} &= 7.6 - 5 \\ &= \underline{\underline{2.6}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f &= 23 & l &= 12 \\ f_1 &= 10 & h &= 3 \\ f_2 &= 21 \end{aligned}$$

$$ans = l + \left( \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2} \right) \times h$$

$$= 12 + \left( \frac{13}{46 - 10 - 21} \right) \times 3$$

$$= 12 + \frac{13 \times 3}{18}$$

$$= 12 + 2.6$$

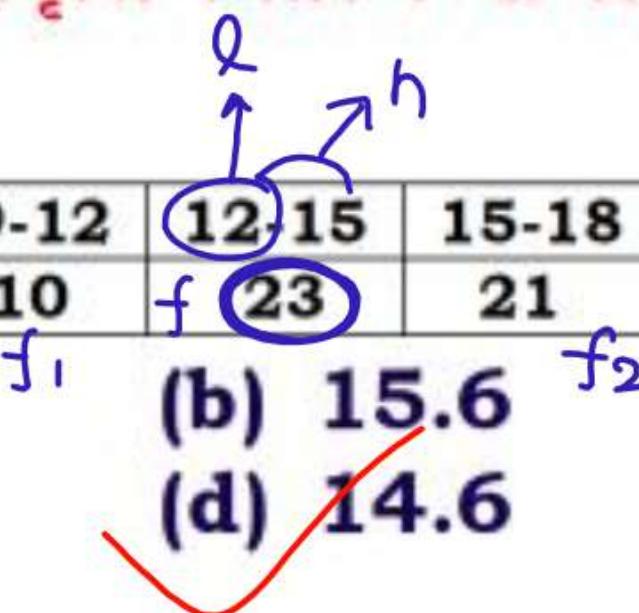
$$= \underline{\underline{14.6}}$$

36. For the following grouped frequency distribution, find the mode:

निम्नलिखित समूहीकृत आवृत्ति वितरण के लिए, बहुलक ज्ञात कीजिए:

Class:	3-6	6-9	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24
Frequency:	2	5	10	f	21	12	3

- (a) 13.6  
(c) 15.4



$$\begin{array}{ll} f = 11 & l = 25 \\ f_1 = 9 & h = 5 \\ f_2 = 10 & \end{array}$$

$$\text{Mode} = l + \left( \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2} \right) \times h$$

$$= 25 + \left( \frac{2}{22-9-10} \right) \times 5$$

$$= 25 + \frac{2 \times 5}{3}$$

$$= 25 + \frac{10}{3}$$

$$= 25 + 3.33$$

$$= \underline{\underline{28.33}}$$

37. Find the mode for the given distribution (rounded off to two decimal places).

दिए गए बटन का बहुलक ज्ञात कीजिए (दो दशमलव स्थान तक पूर्णांकित)।

Class Interval	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25	25 - 30	30 - 35
Frequency	8	7	6	9 $f_1$	11 $f$	10 $f_2$

**SSC CGL TIER - II 02/03/2023**

(a) 35.25

(b) 40.25

(c) 30.33

(d) 28.33

$$\text{Mode} = l + \left( \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2} \right) \times h$$

$$= 20 + \left( \frac{10}{40-10-5} \right) \times 10$$

$$= 20 + \frac{2}{\cancel{40}-\cancel{10}-\cancel{5}} \times 10$$

$$= \underline{\underline{24}}$$

38. The mode for the above grouped frequency distribution is-

उपरोक्त वर्गीकृत बारम्बारता बंटन के लिए बहुलक है-

Category	Frequency
0-10	6
10-20	10 $f_1$
$l$ 20-30	20 $f$
30-40	5 $f_2$
40-50	2

- (a) 25  
(c) 24

- (b) 26  
(d) 29

$$\begin{aligned}
 \text{modu} &= l + \left( \frac{f-f_1}{2f-f_1-f_2} \right) \times h \\
 &= 14 + \left( \frac{5}{36-13-8} \right) \times 4 \\
 &= 14 + \frac{\cancel{8}}{\cancel{18}} \times \frac{4}{3} \\
 &= \underline{\underline{15.33}}
 \end{aligned}$$

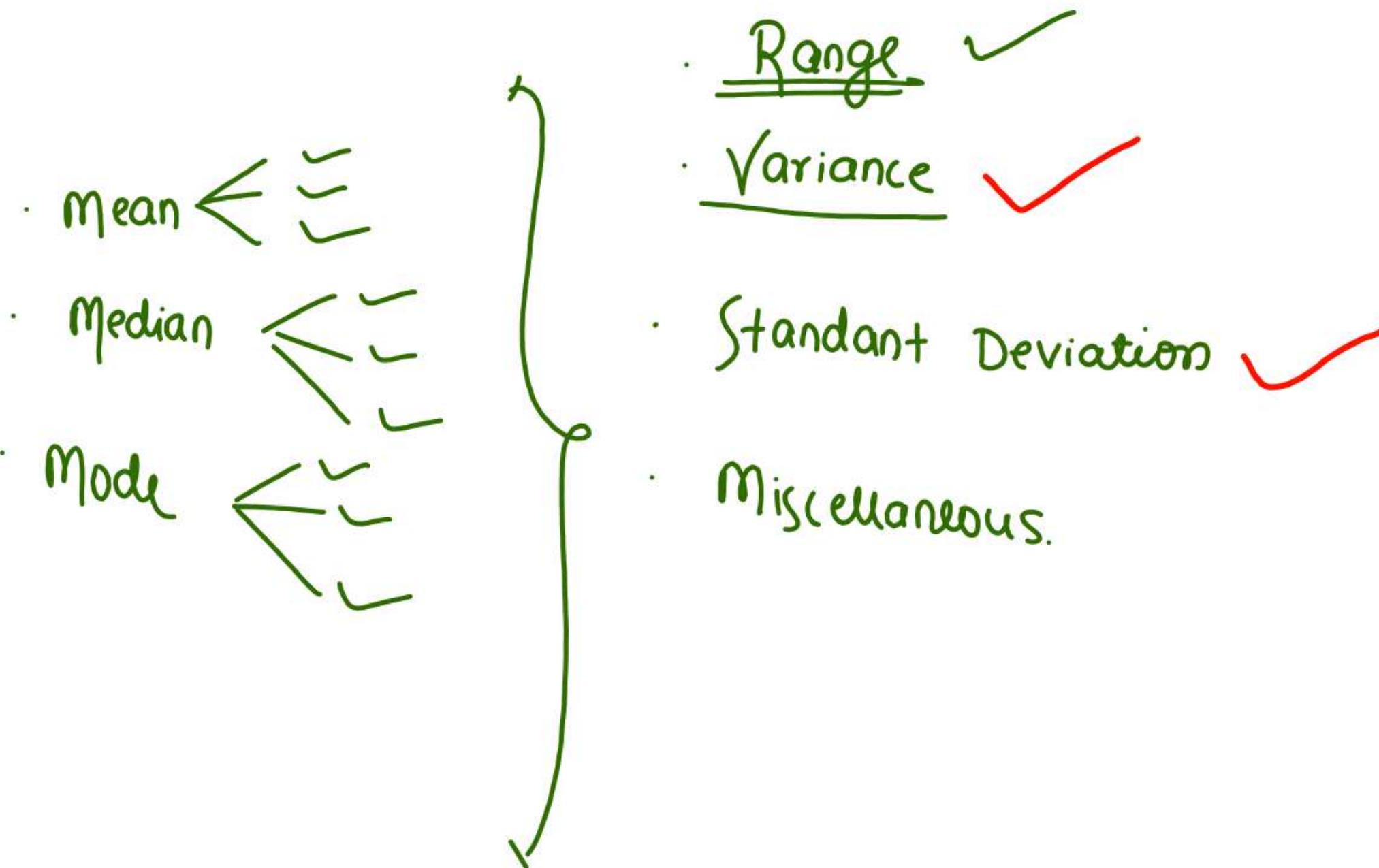
39. Given below is the distribution of 48 students present in the class on the basis of their attendance (days): Find mode.

नीचे कक्षा में उपस्थित 48 विद्यार्थियों का वितरण उनकी उपस्थिति (दिन) के आधार पर दिया गया है: मधुलक = ?

Number of days of Attendance उपस्थिति के दिनों की संख्या	6-10	10-14	14-18	18-22	22-26
Number of Students विद्यार्थियों की संख्या	7	13 $f_1$	18 $f$	8 $f_2$	2

- (a) 15.29  
(c) 15.60

- (b) 15.33  
(d) 16.50



# RANGE/परास

**Difference between highest and lowest numbers, is called Range.**

उच्चतम और निम्नतम संख्याओं के बीच के अंतर को परास कहते हैं।

**How to find the Range:**

परास कैसे ज्ञात करें।

**(i) Put the numbers in ascending order.**

संख्याओं को सबसे पहले आरोही क्रम में व्यवस्थित करें।

**(ii) Subtract the lowest value from the largest.**

सबसे बड़े से सबसे छोटे मान को घटाएं।

**Range = largest value – smallest value**

40. What is the range of the following data?

निम्नलिखित में डाटा का परिसर क्या है?

Data / डाटा: 35, 40,  $\textcircled{25}$ ,  $\overset{\text{s}}{27}$ , 38, 45, 50,  $\textcircled{65}$

- (a) 44
- (b) 45
- (c) 38
- (d) 40

$$\begin{aligned}\text{Range} &= L - S \\ &= 65 - 25 \\ &= 40\end{aligned}$$

41. Find the range of 12, 22, 7, 1, 5, 27, 30, 43.

12, 22, 7, <sup>5</sup>1, 5, 27, 30, <sup>4</sup>43 की रेंज ज्ञात कीजिए।

- (a) 28                                  (b) 48  
(c) 35                                  (d) 42

$$\begin{aligned}\text{Range} &= L - S \\ &= 43 - 1 \\ &= 42\end{aligned}$$

42. Calculate the range for the given frequency distribution.

उपरोक्त डाटा का परास (रेंज) क्या है?

$$\begin{aligned} \text{Range} &= H - L \\ &= 80 - 10 \\ &= 70 \end{aligned}$$

Class Interval	Frequency
L 10-20	2
20-30	3
30-40	14
40-50	8
50-60	3
60-70	8
70-80 H	2

- (a) 50  
(c) 60

- (b) 70  
(d) 55

# VARIANCE प्रसरण/ विचरण

**Variance is a measure of variability in statistics. It assesses the average squared difference between data values and the mean.**

प्रसरण - भिन्नता सांख्यिकी में परिवर्तनशीलता का एक माप है। यह डेटा मानों और माध्य के बीच औसत वर्ग अंतर का आकलन करता है।

**It is denoted by  $(\sigma^2)$ /इसे  $(\sigma)^2$  सूचित किया जाता है।**

**variance/विचरण**

$$(\sigma^2) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Q. 2, 5, 6, 7, 10 . find variance=?

Ans Step 1:-  $\bar{X} = \frac{2+5+6+7+10}{5} = 6$

Step 2:-  $(x_i - \bar{x}) = -4, -1, 0, 1, 4$

Step 3:-  $(x_i - \bar{x})^2 = 16, 1, 0, 1, 16$

Step 4:- 
$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{16+1+0+1+16}{5}$$
$$= \frac{34}{5} = 6.8$$

**How to compute variance and standard deviation?**

प्रसरण और मानक विचलन की गणना कैसे करें?

**Step 1 – Compute the simple mean  $\bar{x}$ .**

चरण 1- साधारण माध्य  $\bar{x}$  की गणना करें।

**Step 2 – Calculate the difference of  $x_i - \bar{x}$ , for each value in the data set.**

चरण 2- डेटा सेट में प्रत्येक मान के लिए  $x_i - \bar{x}$  के अंतर की गणना करें।

**Step 3 – Calculate the squared difference  $(x_i - \bar{x})^2$ , for each value in the data set.**

चरण 3 - डेटा सेट में प्रत्येक मान के लिए वर्ग अंतर  $(x_i - \bar{x})^2$ , की गणना करें।

**Step 4 – Sum of Differences of the squares  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ .**

चरण 4 - अंतरों के वर्ग का योग  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

**Step 5 – Divide the sum of squared differences with n,**

$$\text{variance } (\sigma^2) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

चरण 5 - वर्ग अंतरों के योग को n से विभाजित करें।

$$\text{विचरण } (\sigma^2) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

43. Calculate the variance from the following data.

निम्नलिखित डेटा से विचरण की गणना करें।

3, 6, 5, 2, 4

- (a) 3  
(c) 2.2

NTPC 02/03/2021 (Shift-03)

- (b) 2  
(d) 2.5

$$\bar{x} = \frac{3+6+5+2+4}{5} : 4$$

$$\begin{aligned} \text{ans} &= \frac{(-1)^2 + (2)^2 + (1)^2 + (-2)^2 + (0)^2}{5} \\ &= \frac{1+4+1+4+0}{5} \\ &= 2 \end{aligned}$$

44. Calculate the variance for the following data:

निम्नलिखित डेटा के लिए विचरण की गणना करें:

2, 5, 6, 8, 9

NTPC 19/03/2021 (Shift-03)

(a) 3

~~(c) 6~~

(b) 4

(d) 5

$$\bar{x} = \frac{30}{6}$$

$$\text{var} = \frac{(-4)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (2)^2 + (3)^2}{5}$$

$$= \frac{16+1+0+4+9}{5}$$

$$= \frac{30}{6}$$

45. The variance of the seven observations 6, 7, 10, 12, 13, 8, 14 is:

सात प्रेक्षणों 6, 7, 10, 12, 13, 8, 14 का प्रसरण है:

NTPC 19/03/2021 (Shift-01)

- (a) 9
- (b) 9.25
- (c) 8.50
- (d) 8.29

$$\bar{x} = \frac{70}{7} = 10$$

$$\begin{aligned}\text{Var} &= \frac{(-4)^2 + (-3)^2 + (0)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (-2)^2 + (4)^2}{7} \\ &= \frac{16 + 9 + 0 + 4 + 9 + 4 + 16}{7} = \frac{58}{7} = 8.2\end{aligned}$$

## Variance

1, 2, 3

$$\bar{x} = \frac{1+2+3}{3} = 2$$

$$\text{avg} = \frac{(-1)^2 + 0^2 + (1)^2}{3} = \frac{2}{3}$$

5, 6, 7

$$\bar{x} = \frac{5+6+7}{3} = 6$$

$$\text{avg} = \frac{(-1)^2 + (0)^2 + (1)^2}{3} = \frac{2}{3}$$

4, 8, 12

$$\bar{x} = \frac{4+8+12}{3} = 8$$

$$\begin{aligned}\text{avg} &= \frac{(-4)^2 + (0)^2 + (4)^2}{3} \\ &= \frac{4^2 + 4^2}{3} = 4^2 \times \frac{2}{3}\end{aligned}$$

### Note

- Numbers  $\stackrel{?}{\sim}$   $\sqrt{\Sigma}$  add/Subtract  $\rightarrow$  No change in Variance
- Numbers  $\stackrel{?}{\sim}$  " multiply  $\rightarrow$  Variance  $\times \underline{(x)^2}$   
by  $x$

Ex:-  $2, 3, 4, x$        $\sigma^2 = 10$

$\overbrace{2, 3, 4, x}^{x^4} \quad 8, 12, 16, 4x$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= 10 \times 4^2 \\ &= \underline{\underline{160}}\end{aligned}$$

46. The variance of 20 observations is 5. If each observation is multiplied by 2, then the variance of the resulting observation will be:

20 प्रेक्षणों का प्रसरण 5 है। यदि प्रत्येक प्रेक्षण को 2 से गुणा किया जाए, तो परिणामी प्रेक्षण का प्रसरण होगा:

NTPC 10/02/2021 (Shift-03)

- (a) 5  
(c)  $2^2 \times 5$

- (b)  $2 \times 5$   
(d)  $2 \times 5^2$

$$V = 5$$

$$\text{new Variance} = 5 \times 2^2$$

# Standard Deviation मानक विचलन

$$\text{Variance} = \sigma^2$$

$$\begin{aligned} S.D &= \sqrt{\text{Variance}} \\ &= \sqrt{\sigma^2} \\ &= \sigma \checkmark \end{aligned}$$

If  $\sigma^2$  is the variance, then  $\sigma$ , is called the standard deviation. / यदि  $\sigma^2$  विचरण है, तो  $\sigma$  मानक विचलन कहलाता है

**Standard Deviation ( $\sigma$ ) =  $\sqrt{\text{variance}}$**

$$\text{मानक विचलन } (\sigma) = \sqrt{\text{प्रसरण}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$\text{Variance} = \sigma^2$$

47. If the variance of 5 value is 0.81, then what is its standard deviation?

यदि 5 मानों का प्रसरण 0.81 है, तो इसका मानक विचलन क्या है?

SSC MTS 26/10/2021 (Shift-01)

- (a) 0.09
- (c) 2.7

- (b) 0.9
- (d) 0.27

$$\sigma^2 = 0.81$$

$$\begin{aligned}SD &= \sqrt{0.81} \\&= 0.9\end{aligned}$$

Variance

$$\bar{x} = 5$$

$$\text{Variance} = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2}{5}$$

$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$S.D = \sqrt{2}$$

48. Calculate the standard deviation for the following data.

निम्नलिखित डेटा के लिए मानक विचलन की गणना करें।

3, 4, 5, 6, 7

- (a)  $\sqrt{6}$   
(c)  $\sqrt{2}$

NTPC 14/03/2021 (Shift-01)

- (b)  $\sqrt{3}$   
(d) 2

49. Find the standard deviation of the following data (rounded off to two decimal places).

निम्नलिखित आंकड़ों का मानक विचलन ज्ञात कीजिए  
(दो दशमलव स्थान तक पूर्णांकित)।

5, 3, 4, 7

$$\bar{x} = \frac{5+3+4+7}{4} = \frac{19}{4}$$



$$\sigma^2 = \frac{(5-\frac{19}{4})^2 + (3-\frac{19}{4})^2 + (4-\frac{19}{4})^2 + (7-\frac{19}{4})^2}{4}$$

- (a) 1.48  
(c) 4.12

SSC CGL TIER-II 03/03/2023

- (b) 3.21  
(d) 2.45

$$= \frac{\frac{1}{16} + \frac{49}{16} + \frac{9}{16} + \frac{81}{16}}{4}$$

$$= \frac{145}{16 \times 4} = \frac{35}{16}$$

$$S.D. = \sqrt{\frac{35}{16}} \approx \frac{6}{4} \approx 1.5$$

Variance

$$\bar{x} = \frac{4+7+9}{5} = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{(-5)^2 + (-2)^2 + (0)^2 + (1)^2 + (6)^2}{5}$$

$$= \frac{66}{5}$$

50. Calculate the standard deviation for the following data.

निम्नलिखित डेटा के लिए मानक विचलन की गणना करें।

4, 7, 9, 10, 15

(a) 2.733

(c) 3.533

NTPC 12/03/2021 (Shift-01)

(b) 3.133

(d) 3.633

$$S.D = \sqrt{\frac{66}{5}} = \sqrt{13.2} \approx \frac{18}{5} \approx 3.6$$

$$SD = 3$$

$$\text{Variance} = 3^2 = 9$$

new Variance = 9

51. The standard deviation of 12 values is 3. If each value is increased by 4, then find the variance of the new set of values.

12 मानों का मानक विचलन 3 है। यदि प्रत्येक मान में 4 की वृद्धि की जाती है, तो मानों के नए सेट का प्रसरण ज्ञात कीजिए।

NTPC 29/01/2021 (Shift-01)

- (a) 7
- (c) 25

- (b) 16
- (d) 9

## What is Mean Deviation?/माध्य विचलन क्या है?

The mean deviation of a given standard distribution is the average of the deviation from the central tendency. Central Tendency can be computed using the Arithmetic Mean, Median, or Mode of the data. It is used to show how far the observations are situated from the central point of the data (the central point can be either mean, median or mode).

किसी दिए गए मानक वितरण का औसत विचलन केंद्रीय प्रवृत्ति से विचलन का औसत है। केंद्रीय प्रवृत्ति की गणना डेटा के अंकगणितीय माध्य, माध्यिका या मोड का उपयोग करके की जा सकती है। इसका उपयोग यह दिखाने के लिए किया जाता है कि अवलोकन डेटा के केंद्रीय बिंदु से कितनी दूर स्थित हैं ( केंद्रीय बिंदु या तो माध्य, माध्यिका या मोड हो सकता है )।

✓ Mean  
✓ Median  
✓ Mode

mean Deviation, Coefficient

↑

## Mean Deviation about Mean

माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन

The mean deviation about mean is defined as a statistical measure that is used to calculate the average deviation from the mean value of the given data set.

माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन को एक सांख्यिकीय माप के रूप में परिभाषित किया गया है जिसका उपयोग दिए गए डेटा सेट के माध्य से औसत विचलन की गणना करने के लिए किया जाता है।

$$\text{Ungrouped data M.D.} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \text{Mean}|}{n}$$

$$\text{Coefficient of M. D.} = \frac{\text{M.D.}}{\bar{X}} ; \text{ where } \bar{X} \text{ is Mean}$$

**The mean deviation of the data values can be easily calculated using the below procedure.**

नीचे दी गई प्रक्रिया का उपयोग करके डेटा मानों के औसत विचलन की गणना आसानी से की जा सकती है।

**Step 1: Find the mean value for the given data values**

चरण 1: दिए गए डेटा मानों का माध्य मान ज्ञात करें

**Step 2: Now, subtract the mean value from each of the data values given (Note: Ignore the minus symbol)**

चरण 2: अब, दिए गए प्रत्येक डेटा मान से माध्य मान घटाएं  
( नोट: ऋण चिह्न पर ध्यान न दें )

**Step 3: Now, find the mean of those values obtained in step 2.**

चरण 3: अब, चरण 2 में प्राप्त उन मानों का माध्य ज्ञात कीजिए।

52. Determine the mean deviation about their mean for the data values 5, 3, 7, 8, 4, 9.

डेटा मान 5, 3, 7, 8, 4, 9 के लिए उनके माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन निर्धारित करें।

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 2
- (d) 2.5

$$\text{Mean} = \bar{X} = \frac{5+3+7+8+4+9}{6} = 6$$

$$\begin{aligned}\text{Mean Deviation} &= \frac{|-1| + |-3| + |+2| + |+2| + |+3|}{6} \\ &= \frac{1+3+1+2+2+3}{6} \\ &= \frac{12}{6} = 2\end{aligned}$$

53. Find the mean deviation of the given data about their mean.

माध्य के सापेक्ष दिए गए डेटा का माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

$$\{4, 6, 7, 3, 5, 5\}$$

- |  |  |
|--|--|
| <span style="color: blue;">(a) 1</span><br><span style="color: blue;">(c) 3</span> | <span style="color: blue;">(b) 3</span><br><span style="color: blue;">(d) 4</span> |
|--|--|

$$\bar{X} = \frac{4+6+7+3+5+5}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

mean deviation =  $\frac{1+1+2+2+0+0}{6} = \frac{8}{6} = 1$

Mean

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5}$$
$$= 3$$

Mean Deviation

$$\bar{x} = 3$$
$$M.D = \frac{2+1+0+1+2}{5}$$
$$= \frac{6}{5}$$

Coefficient of mean Deviation

$$Ans = \frac{M.D}{\text{Mean}}$$

$$= \frac{\frac{6}{5}}{3} = \frac{2}{5}$$

$$= 0.$$

54. Find the coefficient of mean deviation from the following data:

निम्नलिखित डेटा से माध्य विचलन का गुणांक ज्ञात कीजिए:

3, 8, 7, 6, 5, 1

- (a) 0.4   (b) 0.5  
 (c) 0.3   (d) 0.6

$$\bar{X} = \frac{3+8+7+6+5+1}{6}$$

$$= 5$$

$$M.D = \frac{8+3+2+1+0+4}{6}$$

$$= \frac{12}{6} = 2$$

$$\text{Coefficient} = \frac{2}{5} = 0.4$$

55. What is the mean deviation of first 10 even natural numbers?

 $n$  $n+1$ 

प्रथम 10 सम प्राकृतिक संख्याओं का माध्य विचलन क्या है?

(a) 5

(b) 5.5

(c) 10

(d) 10.5

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

$$\bar{X} = \frac{2+20}{2} = 11.$$

$m.D = \frac{9+7+5+3+1+1+3+5+7+9}{10}$   
 $= \frac{50}{10}$

## Mean Deviation about Median

माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन

The mean deviation about median is defined as a statistical measure that is used to calculate the average deviation from the median value of the given data set.

माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन को एक सांखिकीय माप के रूप में परिभाषित किया गया है जिसका उपयोग दिए गए डेटा सेट के माध्यिका से औसत विचलन की गणना करने के लिए किया जाता है।

$$\text{Ungrouped data M.D.} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \text{Median}|}{n}$$

$$\text{Coefficient of M.D.} = \frac{\text{M.D.}}{M}; \text{ Where } M \text{ is Median}$$

**The mean deviation of the data values can be easily calculated using the below procedure.**

नीचे दी गई प्रक्रिया का उपयोग करके डेटा मानों के औसत विचलन की गणना आसानी से की जा सकती है।

**Step 1: Find the Median for the given data values**

चरण 1: दिए गए डेटा मानों का माध्यिका ज्ञात करें

**Step 2: Now, subtract the median from each of the data values given (Note: Ignore the minus symbol)**

चरण 2: अब, दिए गए प्रत्येक डेटा मान से माध्यिका घटाएं  
( नोट: ऋण चिह्न पर ध्यान न दें )

**Step 3: Now, find the mean of those values obtained in step 2.**

चरण 3: अब, चरण 2 में प्राप्त उन मानों का माध्य ज्ञात कीजिए।

56. Find the mean deviation about the median for the following data:

निम्नलिखित डेटा के लिए माध्यिका के सापेक्ष में माध्य विचलन ज्ञात कीजिएः

**4, 6, 9, 3, 10, 13, 2.**

- (a) 3.28
- (b) 2.38
- (c) 4.28
- (d) 3.38

Median → ~~9, 3, 4, 6, 10, 13~~

$$\begin{aligned}\text{Mean Deviation} &= \frac{9+0+3+3+4+7+4}{7} \\ &= \frac{33}{7} = 3.28\end{aligned}$$

57. The mean deviation about median for the given data:

दिए गए डेटा के लिए माध्यिका के सापेक्ष में औसत विचलनः

52, 56, 66, 70, 75, 80, 82 is:

SSC CGL Tier-II (JSO) 14/09/2019

- (a) 9  
(c) 3

- (b) 7  
(d) 6

Median: 70

$$\text{Mean Deviation} = \frac{18+14+4+0+5+10+12}{7}$$
$$= \frac{63}{7}$$

58. Compute Coefficient of M.D. from median for following series.

निम्नलिखित श्रृंखला के लिए माध्यिका से M.D. के गुणांक की गणना करें।

3, 7, 12, 14, 15, 18, 22

- (a) 0.226
- (c) 0.356

- ~~(b) 0.336~~
- (d) 0.426

Median → 14

$$\begin{aligned}\text{Mean Deviation} &= \frac{|1|+|7|+|2|+|0|+|1|+|4|+|8|}{7} \\ &= \frac{33}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Coefficient} &= \frac{\text{M.D.}}{\text{Median}} \\ &= \frac{\frac{33}{7}}{14} = \frac{33}{98}\end{aligned}$$

## Mean Deviation about Mode

बहुलक के सापेक्ष माध्य विचलन

The mean deviation about mode is defined as a statistical measure that is used to calculate the average deviation from the mode value of the given data set.

बहुलक के सापेक्ष माध्य विचलन को एक सांख्यिकीय माप के रूप में परिभाषित किया गया है जिसका उपयोग दिए गए डेटा सेट के बहुलक से औसत विचलन की गणना करने के लिए किया जाता है।

$$\text{Ungrouped data M.D.} = \frac{\sum_1^n |X_i - \text{Mode}|}{n}$$

$$\text{Coefficient of M.D.} = \frac{\text{M.D.}}{Z}; \text{ where Z is Mode.}$$

**The mean deviation of the data values can be easily calculated using the below procedure.**

नीचे दी गई प्रक्रिया का उपयोग करके डेटा मानों के औसत विचलन की गणना आसानी से की जा सकती है।

**Step 1: Find the mode for the given data values**

चरण 1: दिए गए डेटा मानों का बहुलक ज्ञात करें

**Step 2: Now, subtract the mode from each of the data values given (Note: Ignore the minus symbol)**

चरण 2: अब, दिए गए प्रत्येक डेटा मान से बहुलक घटाएं  
( नोट: ऋण चिह्न पर ध्यान न दें )

**Step 3: Now, find the mean of those values obtained in step 2.**

चरण 3: अब, चरण 2 में प्राप्त उन मानों का माध्य ज्ञात कीजिए।

59. The mean deviation about mode for the given data:

दिए गए डेटा के लिए बहुलक के सापेक्ष में औसत विचलनः

7, 4, 10, 9, 15, 12, 7, 9, 7 is:

- |   |          |
|---|----------|
| <span style="color: green;">✓</span> (a) 2.36 | (b) 2.56 |
| (c) 2.16                                      | (d) 3.56 |

$$\text{Mode} = 9$$

$$\begin{aligned}
 \text{M.D.} &= \frac{9+5+1+0+6+3+2+0+2}{9} \\
 &= \frac{31}{9} = 3.56
 \end{aligned}$$

59. The mean deviation about mode for the given data:

दिए गए डेटा के लिए बहुलक के सापेक्ष में औसत विचलन:

~~7, 4, 10, 9, 15, 12, 7, 9, 7~~ is:

- |          |          |
|----------|----------|
| (a) 2.36 | (b) 2.56 |
| (c) 2.16 | (d) 3.56 |

4, 7, 7, 7, 9, 9, 10, 12, 15

Mode = 7

$$\begin{aligned}
 M.D &= \frac{3+0+0+0+2+2+3+5+8}{9} \\
 &= \frac{33}{9} = 3.6
 \end{aligned}$$

60. The mean deviation about mode for the given data:

दिए गए डेटा के लिए बहुलक के सापेक्ष में माध्य विचलनः

~~2, 4, 4, 3, 2, 4, 1~~ is:

(a) 1.142

(b) 1.243

(c) 1.213

(d) 1.321

→ 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4

Mode = 4

$$M.D = \frac{3+2+2+1+0+0+0}{7}$$

$$= \frac{8}{7} = 1.1$$

## **Coefficient of variation/विचरण गुणांक**

**It is describe variability by expressing the standard deviation as a proportion of mean, usually a percentage. The formula for it as a percentage is,**

यह मानक विचलन को माध्य के अनुपात, आमतौर पर प्रतिशत के रूप में व्यक्त करके परिवर्तनशीलता का वर्णन करता है।  
प्रतिशत के रूप में इसका सूत्र है,

**Coefficient of variation/विचरण गुणांक**

$$= \frac{\text{Standard deviation}}{\text{Mean}} \times 100$$

61. If the mean is 25 and the standard deviation is 5 then the coefficient of variation is:

यदि माध्य 25 है और मानक विचलन 5 है तो विचरण का गुणांक है:

NTPC 07/01/2021 (Shift-03)

- (a) 20% (b) 48%
- (c) 60% (d) 27%

$$\text{Ans} = \frac{\text{S.D}}{\text{Mean}} \times 100\%$$

$$= \frac{5}{25} \times 100\% \\ = 20\%$$

62. If the standard deviation of a set of numbers is 3 and the arithmetic mean of these numbers is 6. what is the coefficient of variation of these numbers?

यदि संख्याओं के समूह का मानक विचलन 3 है और इन संख्याओं का अंकगणितीय माध्य 6 है, तो इन संख्याओं का विचरण गुणांक क्या है?

$$\text{Ans} = \frac{3}{6} \times 100\% \\ = 50\%$$

- (a) 125  
 (c) 50

NTPC 08/04/2021 (Shift-01)

- (b) 75  
 (d) 100