

5, 10, 20, 40, 80, -

# AP, GP & HP: (समांतर, गुणोत्तर एवं हरात्मक श्रेणी)

$\frac{N}{D} \rightarrow$  हर

3, 7, 11, 15, 19, - - - - -

10, 7, 4, 1, -2, -5, - - - - -

$\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{15}, - - - - -$

# Arithmetic Progression (समांतर श्रेणी):

$$\begin{array}{c} 4 \quad 4 \\ \underbrace{\quad} \quad \underbrace{\quad} \\ 3, 7, 11 \end{array}$$

$$\frac{11-3}{4} = 2 \text{ बार}$$

$$\frac{131-3}{4} + 1 =$$

- **General form:**  $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$ 

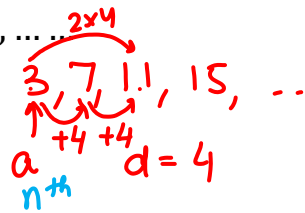
$\overset{\text{II}}{\uparrow} \quad \overset{\text{III}}{\uparrow} \quad \overset{\text{IV}}{\uparrow}$

- $(n^{\text{th}} \text{ term}) T_n = a + (n - 1)d$

$$T_{10} = a + 9d$$

- **(Sum of  $n$  terms)  $S_n = \frac{n}{2} (1^{\text{st}} \text{ term} + \text{last term})$**

$$= \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$



$$T_{33} = 3 + 32 \times 4 = 131$$

- **Number of terms** =  $\frac{\text{Last term} - \text{first term}}{\text{common difference}} + 1$



coaching center

- Term- पद
- Common difference – सार्व अंतर



$$\text{Avg. of AP} = \frac{ft + lt}{2} = \text{middle term}$$

$$\text{Sum} = \text{No of terms} \times \text{Avg.}$$

$$S_n = n \times \text{Avg.} \begin{matrix} \nearrow a \\ \nearrow a + (n-1)d \end{matrix}$$
$$= n \times \left[ \frac{ft + lt}{2} \right] = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

coaching center

10, 13, 16, 19, ...

$$a = 10 \quad d = 3$$

$$a_1 = 10 \quad a_{20} = 10 + 57 = 67$$

$$T_{10} = 10 + 27 = 37$$

$$T_{22} = 10 + 63 = 73$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [77] = 770$$

$$= \frac{20}{2} [20 + 57] = 770$$

coaching center

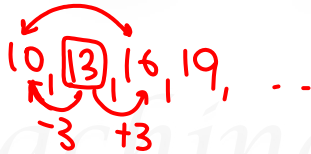
# Arithmetic mean (समांतर माध्य):

- Arithmetic mean of

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} = \frac{\text{Sum of Val}}{\text{No. of Val}}$$

Avg (औसत)

- Arithmetic mean of  $a, b$  is  $\frac{a+b}{2}$
- If  $a, b, c$  are in AP then  $2b = a + c$



coaching center

$$a + 3d + 11 = a + 7d$$

$$11 = 4d$$

$$24^{\text{th}} - 12^{\text{th}}$$

$$a + 23d - a - 11d = 12d = ?$$

1. If the fourth term of an arithmetic progression is 11 less than the eighth term, what is the difference between the 24<sup>th</sup> and 12<sup>th</sup> terms of that progression?

यदि किसी समांतर श्रेणी का चौथा पद आठवें पद से 11 कम है, तो उस श्रेणी के 24वें और 12वें पदों के बीच क्या अंतर है?

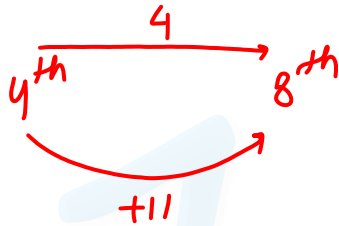
a) 11

b) 22

~~c) 33~~

d) 44

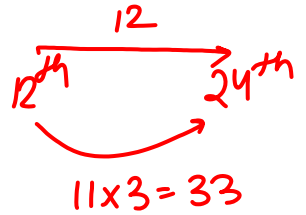
coaching center



$$a + \underline{\underline{3d}}$$

$$a + \underline{\underline{7d}}$$

$$4d = 11$$



~~$$a + 11d$$~~

~~$$a + 23d$$~~

$$12d = ?$$

coaching center



$$a + 11d = 2(a + 3d)$$

$$\Rightarrow 5d = a$$

$$\frac{\overset{5d}{\uparrow} a + 14d}{\underset{\downarrow}{5d} a + 9d} = \frac{19d}{14d}$$

2. The 12<sup>th</sup> term of an arithmetic progression is twice to the fourth term of the same progression. What is the ratio of 15<sup>th</sup> term to 10<sup>th</sup> term of that A.P?

एक समांतर श्रेणी का 12वाँ पद उसी श्रेणी के चौथे पद का दोगुना है। उस A.P के 15वें पद का 10वें पद से अनुपात क्या है?

a) 3 : 2

b) 4 : 3

c) 14 : 19

~~d) 19 : 14~~

coaching center



$$a = 2$$

$$\begin{array}{cccc} \overbrace{1^{\text{st}} & & 5^{\text{th}}} & \overbrace{6^{\text{th}} & & 10^{\text{th}}} \\ a & & a+4d & a+5d & & a+9d \end{array}$$

$$\frac{5}{2} (2a+4d) \times 4 = \frac{5}{2} (2a+14d)$$

$$a=2$$

$$16+16d = 4+14d$$

$$2d = -12$$

$$d = -6$$

$$a+19d = 2-114 = -112$$

3. In an A.P., the first term is 2 and the sum of the first five terms is one-fourth of the next five terms. Find the 20<sup>th</sup> term.

किसी समांतर श्रेणी में प्रथम पद 2 है तथा प्रथम पाँच पदों का योगफल, अगले पाँच पदों के योगफल का एक चौथाई है। ~~वर्षाई कि 20वाँ पद 112 है।~~

a) 112

b) 56

~~c) -112~~

d) -56

coaching center

$$a + (m-1)d = n$$

$$a + (n-1)d = m$$

$$a + md - d = n$$

$$\underline{-a + nd - d = -m}$$

$$(m-n)d = (n-m)$$

$$d = -1$$

$$a - m + 1 = n$$

$$a = m + n - 1$$

$$a + (p-1)d$$

$$= m + n - p + 1$$

$$= m + n - p$$

4. In an A.P. if  $m^{\text{th}}$  term is  $n$  and the  $n^{\text{th}}$  term is  $m$ . where  $m \neq n$ , find the  $p^{\text{th}}$  term.

यदि किसी समांतर श्रेणी का  $m^{\text{वाँ}}$  पद  $n$  तथा  $n^{\text{वाँ}}$  पद  $m$  है, जहाँ  $m \neq n$ , हो तो  $p^{\text{वाँ}}$  पद ज्ञात कीजिए।

a)  $m + n + p$

~~b)  $m + n - p$~~

c)  $m - n - p$

d)  $mn + p$

coaching center

$$AP_I \rightarrow a_1, d_1$$

$$AP_{II} \rightarrow a_2, d_2$$

5. The sum of  $n$  terms of two arithmetic progressions are in the ratio  $(3n+8) : (7n+15)$ . Find the ratio of their 12<sup>th</sup> terms. दो समांतर श्रेणियों के  $n$  पदों के योगफल का अनुपात  $(3n+8) : (7n+15)$  है। दोनों श्रेणियों के 12 वें पदों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

$$\frac{\frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d_1]}{\frac{n}{2} [2a_2 + (n-1)d_2]} = \frac{3n+8}{7n+15}$$

$n=23$

$n=23$

a) 7 : 16

b) 16 : 7

c) 2 : 3

d) 3 : 7

$$\frac{a_1 + 11d_1}{a_2 + 11d_2} = \frac{2a_1 + 22d_1}{2a_2 + 22d_2} = \frac{69+8}{161+15} = \frac{77}{176} = \frac{7}{16}$$

6. The sums of  $n$  terms of two arithmetic progressions are in the ratio  $5n + 4 : 9n + 6$ . Find the ratio of their 18<sup>th</sup> terms.

HW

दो समांतर श्रेढ़ियों के  $n$  पदों के योगफल का अनुपात  $5n + 4 : 9n + 6$  हो, तो उनके 18<sup>वें</sup> पदों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

a)  $\frac{179}{321}$   
c)  $\frac{312}{179}$

b)  $\frac{321}{179}$   
d)  $\frac{179}{312}$

*coaching center*

$$4^{\text{th}} + 12^{\text{th}} = 12^{\text{th}} + 16^{\text{th}} + 18^{\text{th}}$$

$$a + 3d = a + 5d + a + 17d$$

$$\Rightarrow 0 = a + 29d$$

↑  
 $a_{30}$

7. The sum of 4<sup>th</sup> and 12<sup>th</sup> terms of an arithmetic progression is equal to the sum of 12<sup>th</sup>, 16<sup>th</sup> and 18<sup>th</sup> terms. Which term of that progression should necessarily be zero?

एक समांतर श्रेणी के चौथे और 12वें पदों का योग 12वें, 16वें और 18वें पदों के योग के बराबर है। उस समांतर श्रेणी का कौन सा पद आवश्यक रूप से शून्य होना चाहिए?

a) 25<sup>th</sup>

~~b) 30<sup>th</sup>~~

c) 31<sup>st</sup>

d) 46<sup>th</sup>

coaching center

$$\frac{\cancel{12}^3}{\cancel{2}} [2a + 11d] = \frac{\cancel{28}^7}{\cancel{2}} [2a + 27d]$$

$$\Rightarrow 6a + 33d = 14a + 189d$$

$$\Rightarrow \frac{8a}{2} + \frac{156d}{39} = 0$$

$$\Rightarrow 2a + 39d = 0$$

$$\frac{40}{2} [2a + 39d] = 0$$

If the sum of first  $(p)$  terms of an A.P. is equal to the sum of the first  $(q)$  terms, then the sum of the first  $(p + q)$  terms is zero.

8. If the sum of first 12 terms of an arithmetic progression is equal to the sum of the first 28 terms of the same progression. What is the sum of first 40 terms of that A.P?  
यदि एक समांतर श्रेणी के पहले 12 पदों का योग उसी समांतर श्रेणी के पहले 28 पदों के योग के बराबर है। उस A.P के प्रथम 40 पदों का योग क्या है?

~~a) 0~~

b) 12

c) 28

d) 40

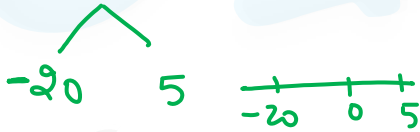
$$a = -6 \quad d = -\frac{11}{2} + 6 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{n}{2} \left[ -12 + (n-1)\frac{1}{2} \right] = -25 = -50$$

$$n(-24 + n - 1) = -100$$

$$\Rightarrow \underline{n(n-25)} = -100 \leftarrow \text{Prod}$$

diff = 25



9. How many terms of the A.P.  $-6, -\frac{11}{2}, -5, \dots$  are needed to give the sum  $-25$ ?

समांतर श्रेणी,  $-6, -\frac{11}{2}, -5, \dots$  के कितने पदों का योगफल  $-25$  है?

- a) 5
- b) 20
- ~~c) 5 or 20~~
- d) 25

10, 13, 16, 19.

$$d = 13 - 10 = 3$$

$$= 19 - 16 = 3$$

$$= 16 - 13 = 3$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 & \begin{array}{c} -ve \\ \hline -7, -2 \end{array} & \begin{array}{c} +ve \\ \hline 3, 8 \end{array} \\
 -17, -12, & & \\
 \hline
 -29 & & 0 \\
 \hline
 -29 & & \\
 \hline
 5 & & 15 \rightarrow 0 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

20  
*coaching center*



$a_1, a_2, a_3, a_n \dots$

$$S_1 = a_1 = \frac{3+5}{2} = 4 = a$$

$$S_2 = \frac{a_1}{4} + \frac{a_2}{7} = \frac{12+10}{2} = 11$$

$4, 7, 10, \dots$   $d=3$

$$4+27=31$$

10. If the sum of first  $n$  terms of an arithmetic progression is

$S_n = \frac{3n^2+5n}{2}$ , what is the tenth term of that arithmetic progression?

यदि किसी समांतर श्रेणी के पहले  $n$  पदों का योग  $\frac{3n^2+5n}{2}$  है, तो उस समांतर श्रेणी का दसवां पद क्या है?

a) 30

b) 31

c) 32

d) 33

coaching center

$$\frac{9 \quad 10^{\text{th}} \quad 9}{\quad}$$

$$\frac{3n^2 + 5n}{2}$$

$$19 \text{ terms Avg} = \frac{19 + 1}{2} = 10^{\text{th}}$$

$$T_{10} = \frac{S_{19}}{19} = \frac{3 \times \overset{19}{\cancel{361}} + \overset{5}{95}}{2 \times \cancel{19}} = \frac{62}{2} = 31$$

coaching center

$$a_1 = T_1 = 6$$

$$a_2 = 11$$

$$d = 5$$

$$\frac{n}{2} [12 + (n-1)5]$$

$$= \frac{n}{2} [12 + 5n - 5]$$

$$= \frac{n}{2} [5n + 7]$$

$$T_1 = 6$$

$$T_n = 5n + 1$$

$$\frac{n}{2} [Ft + Lt]$$

$$= \frac{n}{2} [6 + 5n + 1]$$

11. Find the sum to  $n$  terms of the A.P., whose  $k^{\text{th}}$  term is  $5k + 1 = T_k$

उस समांतर श्रेणी के  $n$  पदों को योगफल ज्ञात कीजिए जिसका  $k$  वाँ पद  $5k + 1$  है।

a)  $5n + 7$

c)  $\frac{n}{2}(5n + 3)$

b)  $\frac{n}{2}(5n + 1)$

~~d)  $\frac{n}{2}(5n + 7)$~~

coaching center

10, 13, 16, 19, 22 ...

$$\text{Avg} = \frac{ft + lt}{2} = \frac{3 + 17}{2} = 10$$

middle term

$$b = 10$$

12. If 3, a, b, c, 17 are the consecutive terms of an arithmetic progression, find  $a + b + c$ ? 10

यदि 3,  $a, b, c$ , 17 समांतर श्रेणी के लगातार पद हैं, तो  $a + b + c$  ज्ञात कीजिए?

a) 20

b) 24

~~c) 30~~

d) 36

AP

$$10 \times 3 = 30$$

coaching center

$$\frac{11}{2} [2a + 10d] = \frac{21}{2}$$

$$a + 5d = 21$$

$$T_6 = a + 5d = 21$$

---

11 terms

$$\text{Avg} = \frac{11+1}{2} = 6^{\text{th}}$$

$$\frac{231}{11} = 21$$

n terms

middle term  
posi.

$$= \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}}$$

13. If the sum of first eleven terms of an arithmetic progression is 231, what is the sixth term of that progression?

यदि किसी समांतर श्रेणी के पहले ग्यारह पदों का योग 231 है, तो उस प्रगति का छठा पद क्या है?

a) 11

c) 22

~~b) 21~~

d) 66

$$a + 9d = 12$$
$$S_{19} = \frac{19}{2} [2a + 18d]$$

$$= \frac{19}{2} \times 12 \times 2 = 8$$

---

$$S_{19} = 12 \times 19$$
$$\text{Avg of 19 terms} = \left(\frac{19+1}{2}\right)^{\text{th}} = 10^{\text{th}}$$

14. If the tenth term of an arithmetic progression is 12, what is the sum of first nineteen terms of that A.P?

यदि किसी समांतर श्रेणी का दसवां पद 12 है, तो उस A.P. के पहले उन्नीस पदों का योग क्या है?

- a) 0                      b) 31  
c) 228                    d) 361

coaching center

$$a + 8d = 13 \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{13}{2} [2a + 12d] = \cancel{130} 10$$

$$a + 6d = 10 \quad \text{--- (2)}$$

$$d = \frac{3}{2}$$

$$2d = 3$$

$$d = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$a = 1$$

$$a + 13d \\ = 1 + 19.5 = 20.5$$

15. If the ninth term of an arithmetic progression is 13 and the sum of first thirteen terms is 130, what is the fourteenth term of that progression?

यदि किसी समांतर श्रेणी का नौवां पद 13 है और पहले तेरह पदों का योग 130 है, तो उस श्रेणी का चौदहवाँ पद क्या है?

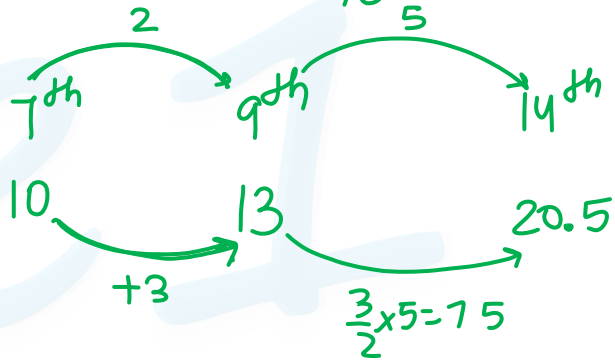
a) 13

b) 14

c) 19.5

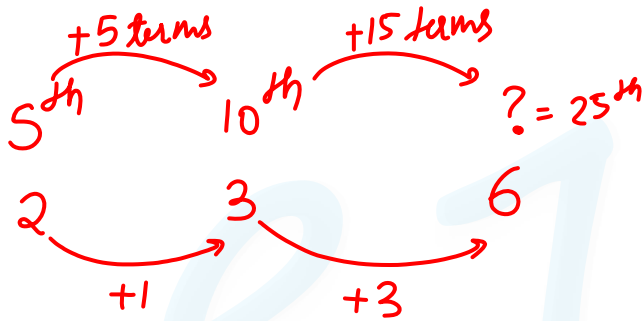
d) 20.5

$$\text{Avg. of 13 terms} = \left(\frac{13+1}{2}\right)^{\text{th}} = 7^{\text{th}} = \frac{130}{13} = 10$$



*coaching center*





16. If the ratio of tenth and fifth terms of an arithmetic progression is 3 : 2, which term of that A.P is twice to the tenth term?

यदि एक समांतर श्रेणी के दसवें और पांचवें पदों का अनुपात 3 : 2 है, तो उस समांतर श्रेणी का कौन सा पद दसवें पद से दोगुना है?

- a) 24<sup>th</sup>      b) 20<sup>th</sup>  
~~c) 25<sup>th</sup>~~      d) 30<sup>th</sup>

coaching center

$$\frac{a+9d}{a+4d} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 2a+18d=3a+12d$$

$$\Rightarrow 6d = a$$

$$a=6d$$

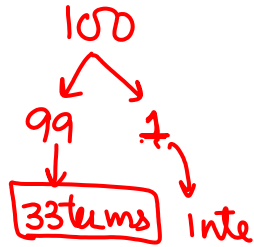
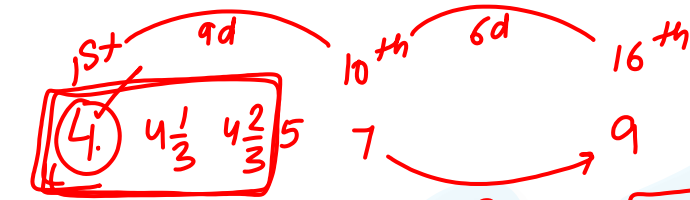
$$T_{10} = a+9d = 15d$$

$\times 2$

$$T_{25} = \boxed{6d} + 24d = 30d$$

$a$

coaching center

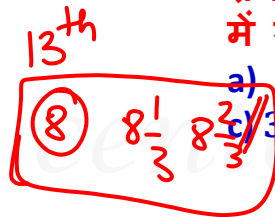
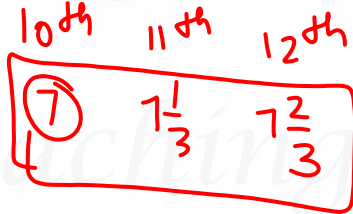


$$6d = 2$$

$$d = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} a + 9d = 7 \\ a + 15d = 9 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} d = \checkmark \\ a = \checkmark \end{matrix}$$



17. If the tenth and the sixteenth terms of an arithmetic progression are 7 and 9 respectively, how many among the first hundred terms of that A.P are integers?

यदि किसी समांतर श्रेणी का दसवाँ और सोलहवाँ पद क्रमशः 7 और 9 हैं, तो उस समांतर श्रेणी के पहले सौ पदों में से कितने पूर्णांक हैं?

- a) 32
- b) 33
- c) 34
- d) 50

$$S_6 = 5 \times T_6$$

$$\frac{3}{2} [2a + 5d] = 5(a + 5d)$$

$$\Rightarrow 6a + 15d = 5a + 25d$$

$$\Rightarrow a = 10d$$

1st a	10th a + 9d	11th a + 10d	20th a + 19d
$\frac{\frac{10}{2}(2a + 9d)}{\frac{10}{2}(2a + 29d)} = \frac{29d}{49d} \approx \frac{20}{50} \times 100 = 40\%$			

18. In an arithmetic progression, the sum of first six terms is five times the sixth term, and it is found that the sum of first ten terms is K% less than the sum of next ten terms. The value of K is nearest to:

एक समांतर श्रेणी में, पहले छह पदों का योग छठे पद का पांच गुना है, और यह पाया गया है कि पहले दस पदों का योग अगले दस पदों के योग से K% कम है। K का मान इसके निकटतम है:

- a) 65  
c) 80

- ~~b) 41~~  
d) 26

$$\overbrace{\begin{matrix} 1^{\text{st}} & & a^{\text{th}} \\ a & & a+8d \end{matrix}} \quad \overbrace{\begin{matrix} 10^{\text{th}} & & 18^{\text{th}} \\ a+9d & & a+17d \end{matrix}}$$

$$\frac{2a+8d}{2} = 11$$

$$\Rightarrow a+4d=11$$

$$\downarrow d=2$$

$$\boxed{a=3}$$

$$9d=18$$

$$\boxed{d=2}$$

$$\frac{2a+26d}{2} = 29$$

$$a+13d=29$$

$$3+36=39$$

19. If the average of first nine terms of an arithmetic progression is 11 and the average of next nine terms is 29, what is the nineteenth term of that progression?

यदि किसी समांतर श्रेणी के पहले नौ पदों का औसत 11 है और अगले नौ पदों का औसत 29 है, तो उस समांतर श्रेणी का उन्नीसवां पद क्या है?

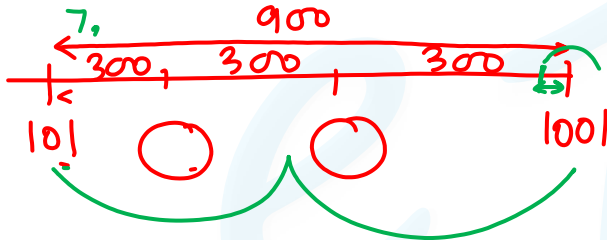
a) 35

c) 18

~~b) 39~~

~~d) 36~~

101, —, —, 1001



$$\text{No of } (900) = 3^2 \times 2^2 \times 5^2$$

$\downarrow +1 \quad \downarrow +1 \quad \downarrow +1$

$$= 3 \times 3 \times 3 = 27$$

Cd  $\rightarrow$  int & factor of 900  $\uparrow$

900x  
450x

20. How many arithmetic progressions starting with 101 and ending with 1001 can be formed using **only integers** such that each progression has at **least four terms**?

101 से शुरू होने वाली और 1001 पर समाप्त होने वाली कितनी समांतर श्रेणी केवल पूर्णाकों का उपयोग करके बनाई जा सकती है, जैसे कि प्रत्येक प्रगति में कम से कम चार पद हों?

- a) 900
- b) 27
- c) 25
- d) 10