

# CIRCULAR MOTION

वृत्तीय गति

**Class Notes by Aditya Ranjan Sir**



# CIRCULAR MOTIONS

वृत्तीय गति

**What kind of questions are asked on Circular Track?**

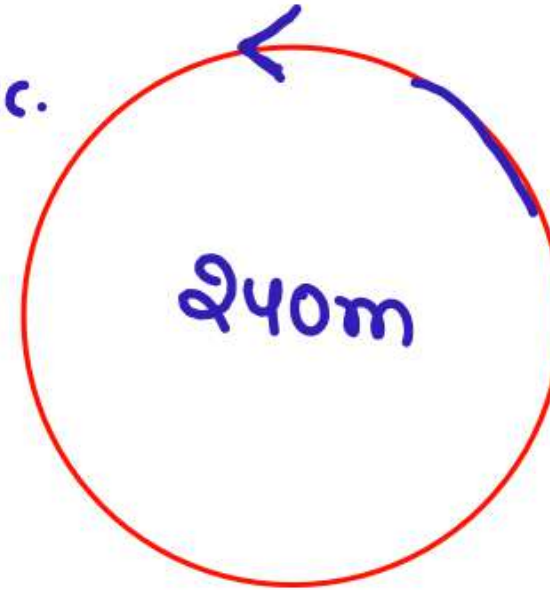
वृतीय पथ पर किस तरह के प्रश्न पूछे जाते हैं?

- (i) • After how many seconds they will meet for the first time? / कितने सेकंड के बाद वे पहली बार मिलेंगे?

Same dir<sup>n</sup>

$$t = \frac{D}{S} = \frac{240}{2} = 120 \text{ sec.}$$

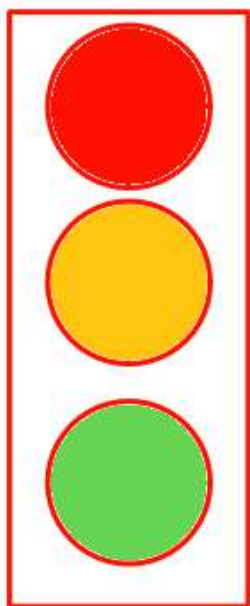
A  $\rightarrow 5 \text{ ms}^{-1}$   
B  $\rightarrow 3 \text{ ms}^{-1}$



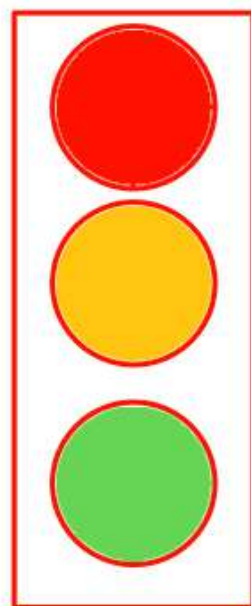
Opposite dir<sup>n</sup>

$$t = \frac{D}{S} = \frac{240}{8} = 30 \text{ sec.}$$

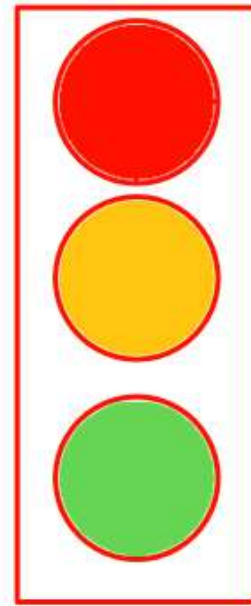




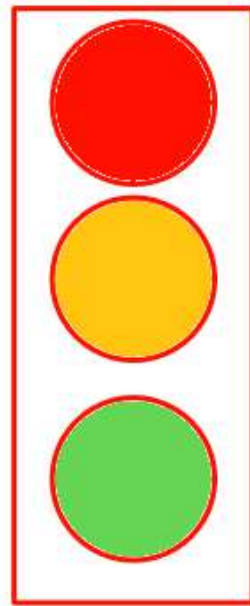
10sec.



20sec



12sec.



15 sec.

10  
20  
30  
40  
50  
60

20  
40  
60

12  
24  
36  
48  
60

15  
30  
45  
60

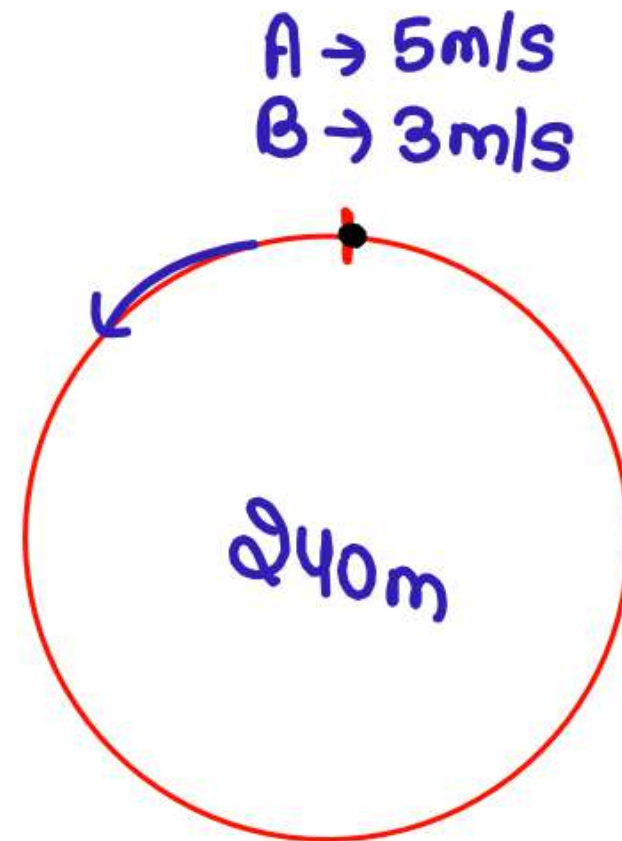
$$\text{L.C.M.}(10, 20, 12, 15)$$
$$= \underline{\underline{60}}$$

- (ii) • After how many seconds they will meet for the first time at starting point? / शुरुआती बिंदु पर वे कितने सेकंड के बाद मिलेंगे?

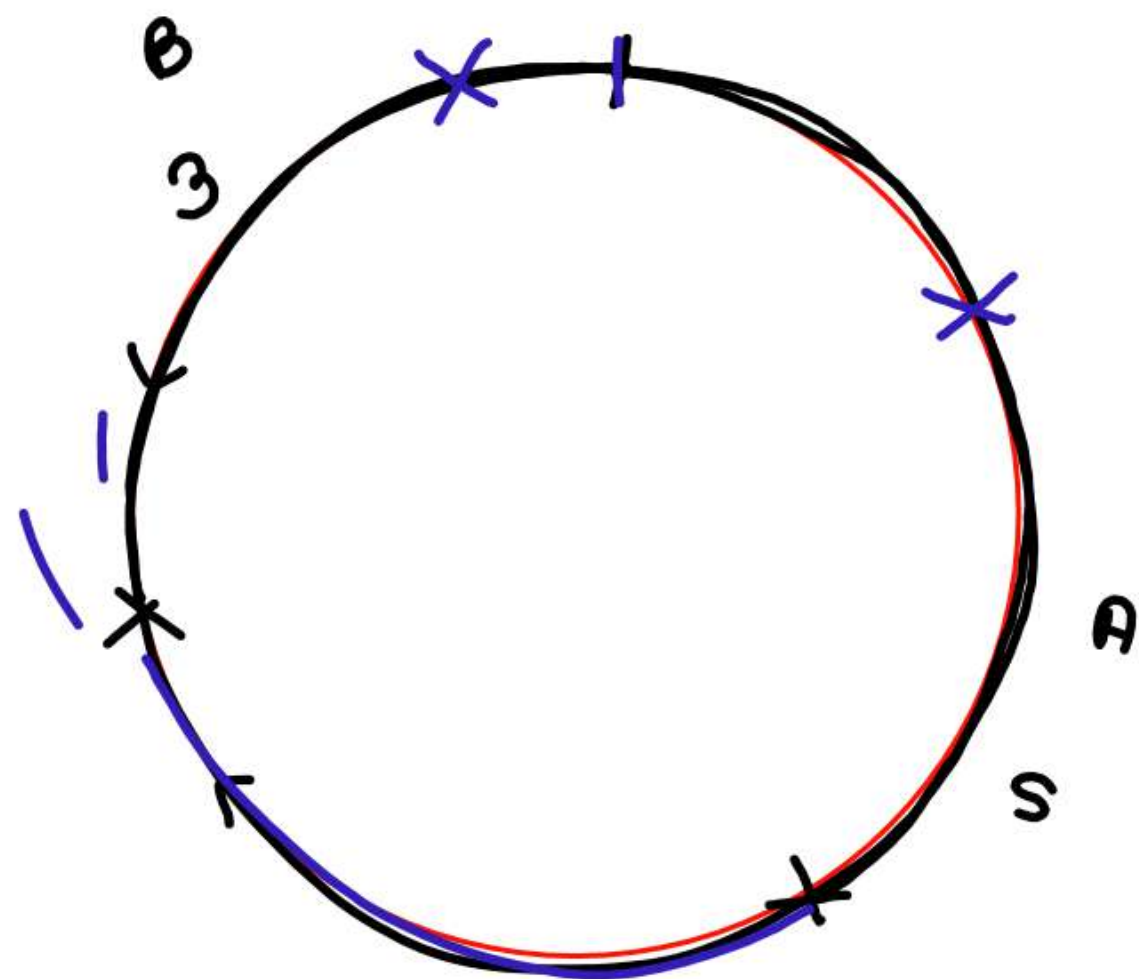
$$t_A = \frac{240}{5} \quad 48 \text{ sec} \checkmark$$

$$t_B = \frac{240}{3} \quad 80 \text{ sec} \checkmark$$

$$\text{Ans} = \text{LCM}(48, 80) \\ = \underline{\underline{240}} \checkmark$$



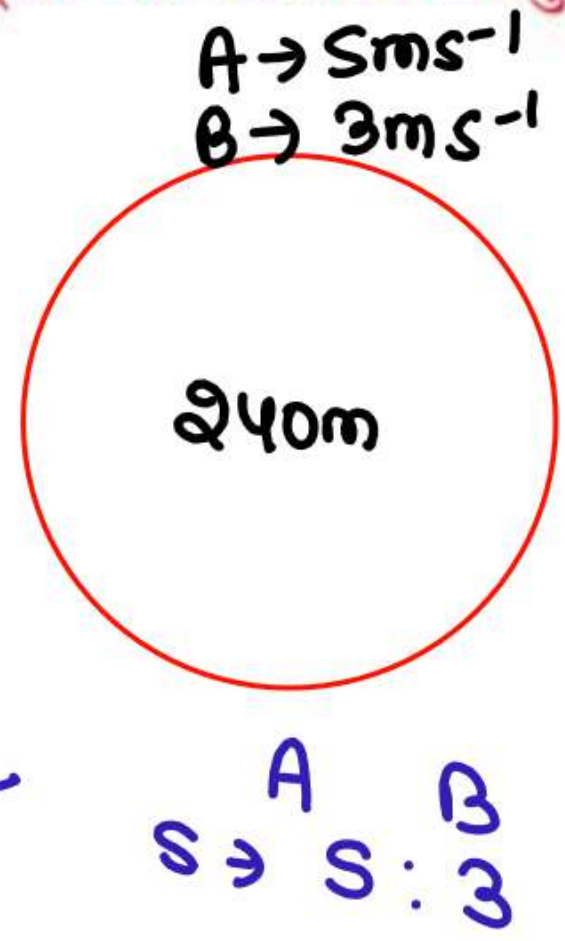
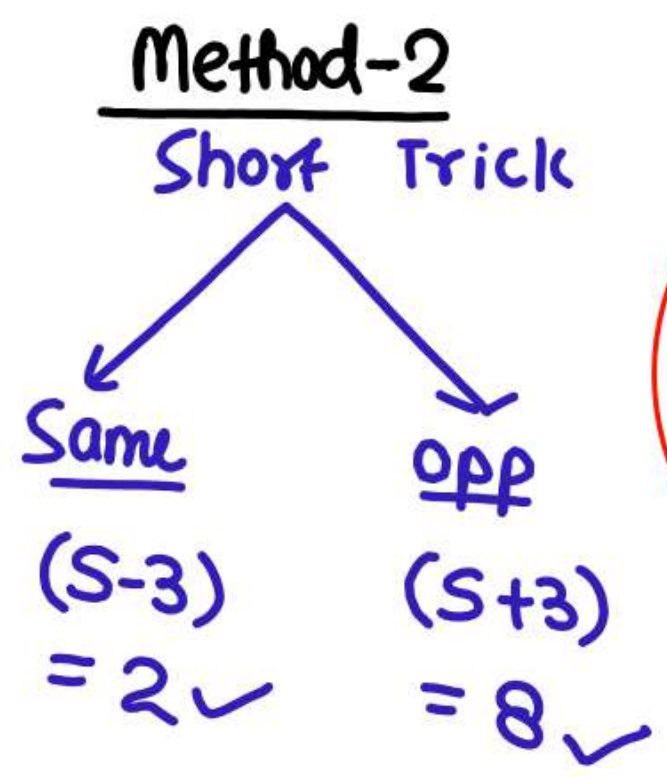
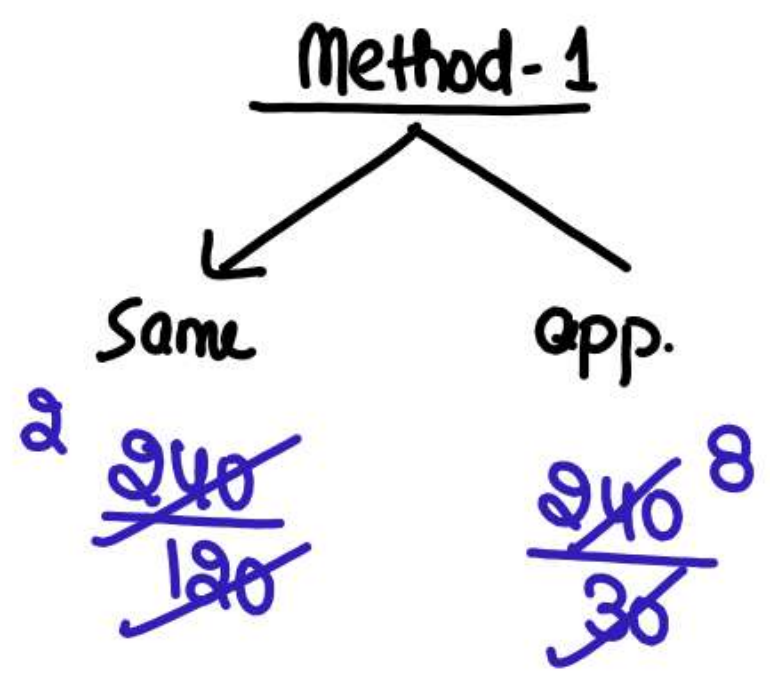
$$48 = 16 \times 3 \\ 80 = 16 \times 5 \\ 16 \times 3 \times 5$$





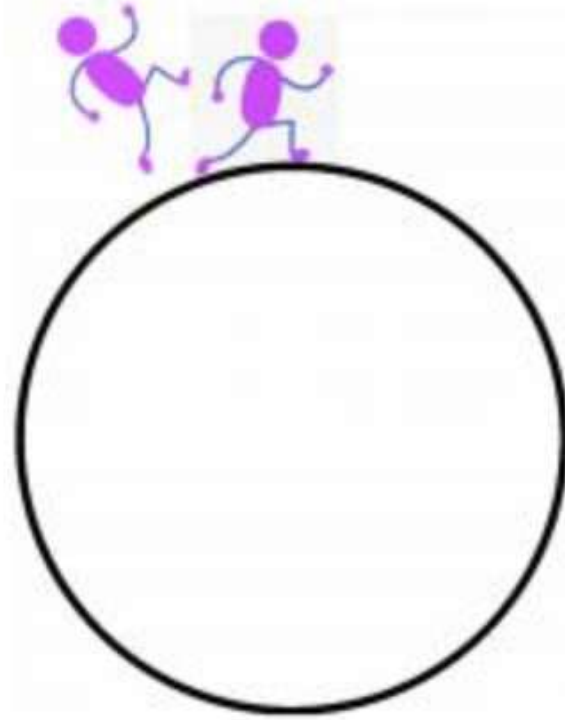
$$(iii) = \frac{(ii)}{(i)} \xrightarrow{\text{Start}} \frac{480}{120}$$

(iii) • At how many points on the track they will meet? / वे ट्रैक पर कितने बिन्दुओं पर मिलेंगे?





- When will be their  $n^{\text{th}}$  meeting? / वे  $n$  वीं बार कब मिलेंगे?



**Just imagine,**

**Two persons are running on circular track, when they will meet for the first time?**

दो व्यक्ति गोलाकार ट्रैक पर दौड़ रहे हैं, वे पहली बार कब मिलेंगे?

**For the first meeting the faster one has to travel one round more than the slower one.**

पहली बार मिलने के लिए तेज गति से दौड़ने वाले को धीमे गति से दौड़ने वाले से एक चक्कर अधिक लगाना पड़ता है।

**Slow**

**Fast**

**A**

**B**

**X round**

**(x + 1) round**

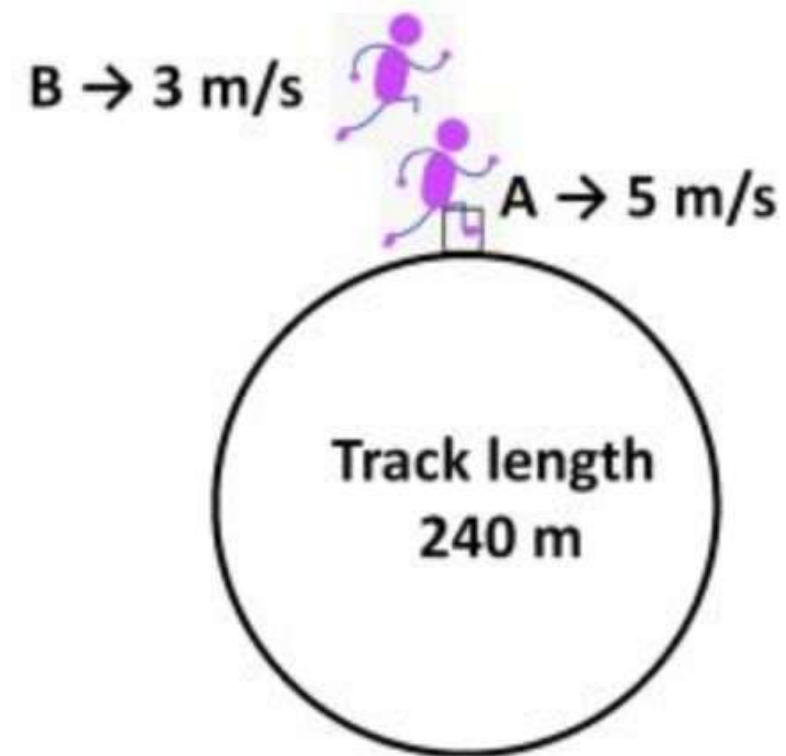


**Example :**

**A  $\rightarrow$  5 m/s ; B  $\rightarrow$  3 m/s; Track length  $\rightarrow$  240 m If they start simultaneously from the same point in the same direction.**

यदि वे एक ही दिशा की ओर एक ही बिन्दु से एक साथ दौड़ना शुरू करते हैं।

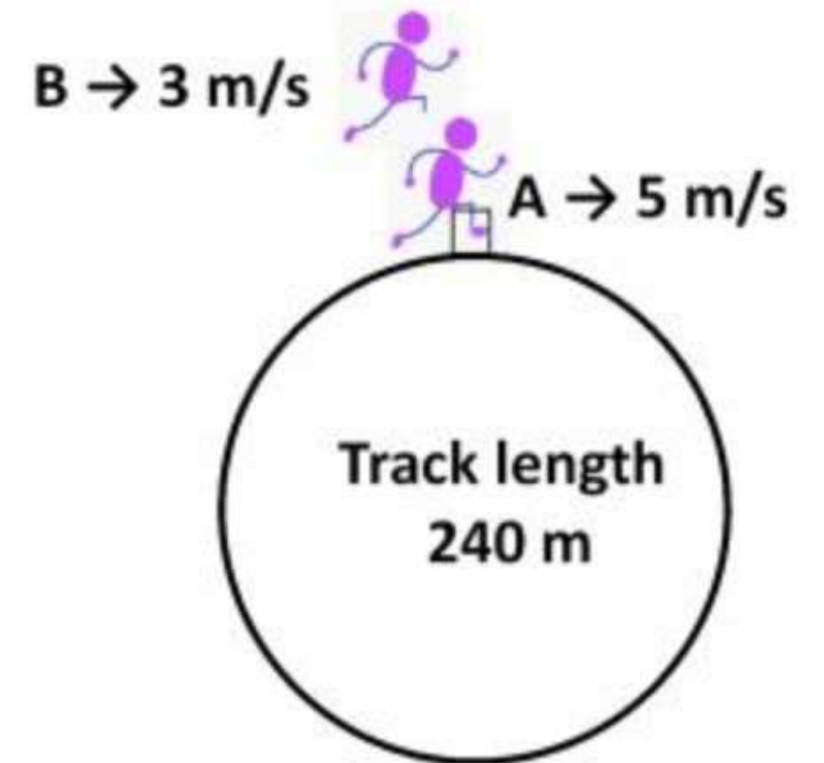
- (i) After how many seconds they will meet for the first time? / कितने सेकंड के बाद वे पहली बार मिलेंगे?**



- (ii) After how many seconds they will meet for the first time at starting point? / शुरूआती बिन्दु पर वे कितने सेकंड के बाद मिलेंगे?

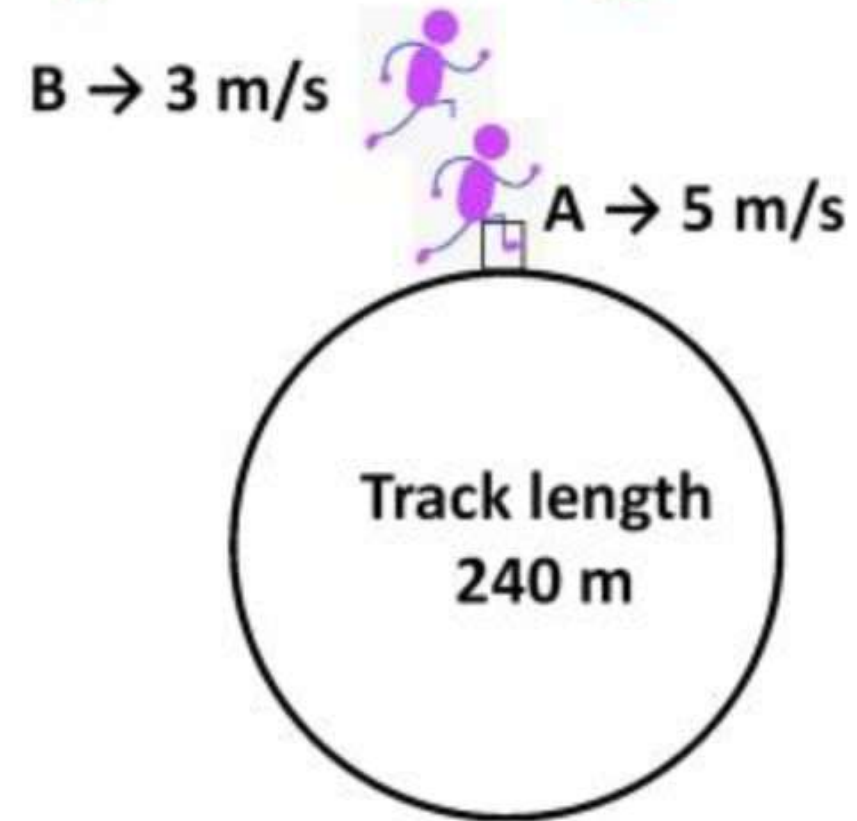
A  $\rightarrow$  5 m/s ; B  $\rightarrow$  3 m/s; Track length  $\rightarrow$  240 m If they start simultaneously from the same point in the same direction.

यदि वे एक ही दिशा की ओर एक ही बिन्दु से एक साथ दौड़ना शुरू करते हैं।





- (iii) At how many points on the track they will meet? / वे ट्रैक पर कितने बिन्दुओं पर मिलेंगे?



**EXERCISE**



$$t = \frac{D}{S} = \frac{1200}{18 \times 8} = 240 \text{ Sec.}$$

1. Ali and Badal start from the same position and at the same time in a 1200 m circular race, with speeds of 27 km/h and 45 km/h, respectively. Find after how much time they will meet again on the track for the first time when they are both running in the same direction.

अली और बादल एक ही स्थान से और एक ही समय में 1200 m वृत्ताकार दौड़ में क्रमशः 27 km/h और 45 km/h की चाल से दौड़ना आरम्भ करते हैं। ज्ञात कीजिए कि वे कितने समय बाद पुनः ट्रैक पर पहली बार मिलेंगे जब वे दोनों एक ही दिशा में दौड़ रहे हों।

**SSC CHSL 01/06/2022 (Shift- 2)**

- (a) 280 seconds      (b) 240 seconds  
(c) 250 seconds      (d) 220 seconds



$$t = \frac{D}{S} = \frac{1600}{18 \times 5} = 320$$

2. In a circular race of 1600 m, A and B start from the same point and at the same time with speeds of 27 km/h and 45 km/h, respectively. After how long will they meet again for the first time on the track when they are running in the same direction?

1600 m की वृत्ताकार दौड़ में A और B समान बिंदु से और समान समय पर क्रमशः 27 km/h और 45 km/h की चाल से शुरू करते हैं। जब वे समान दिशा में दौड़ रहे हैं, तो कितने समय बाद वे ट्रैक पर पहली बार फिर मिलेंगे?

**SSC CGL TIER I 21/07/2023 (Shift-03)**

- (a) 90 sec                      ✓ (b) 320 sec  
(c) 240 sec                      (d) 180 sec



$$t = \frac{225}{18 \times 8}$$

3. Sohan and Amit started a car race from the same point in the same direction and at the same time on a circular track of length 1125 m with speeds of 36 km/h and 54 km/h, respectively. After how much time (in seconds) will they meet for the first time since the start of the race?

सोहन और अमित ने एक ही बिंदु से एक ही दिशा में और एक ही समय पर 1125 m लंबाई के एक वृत्ताकार ट्रैक पर क्रमशः 36 km/h और 54 km/h की चाल से एक कार रेस की शुरुआत की। रेस शुरू होने के बाद से कितने समय बाद (सेकंड में) वे पहली बार मिलेंगे?

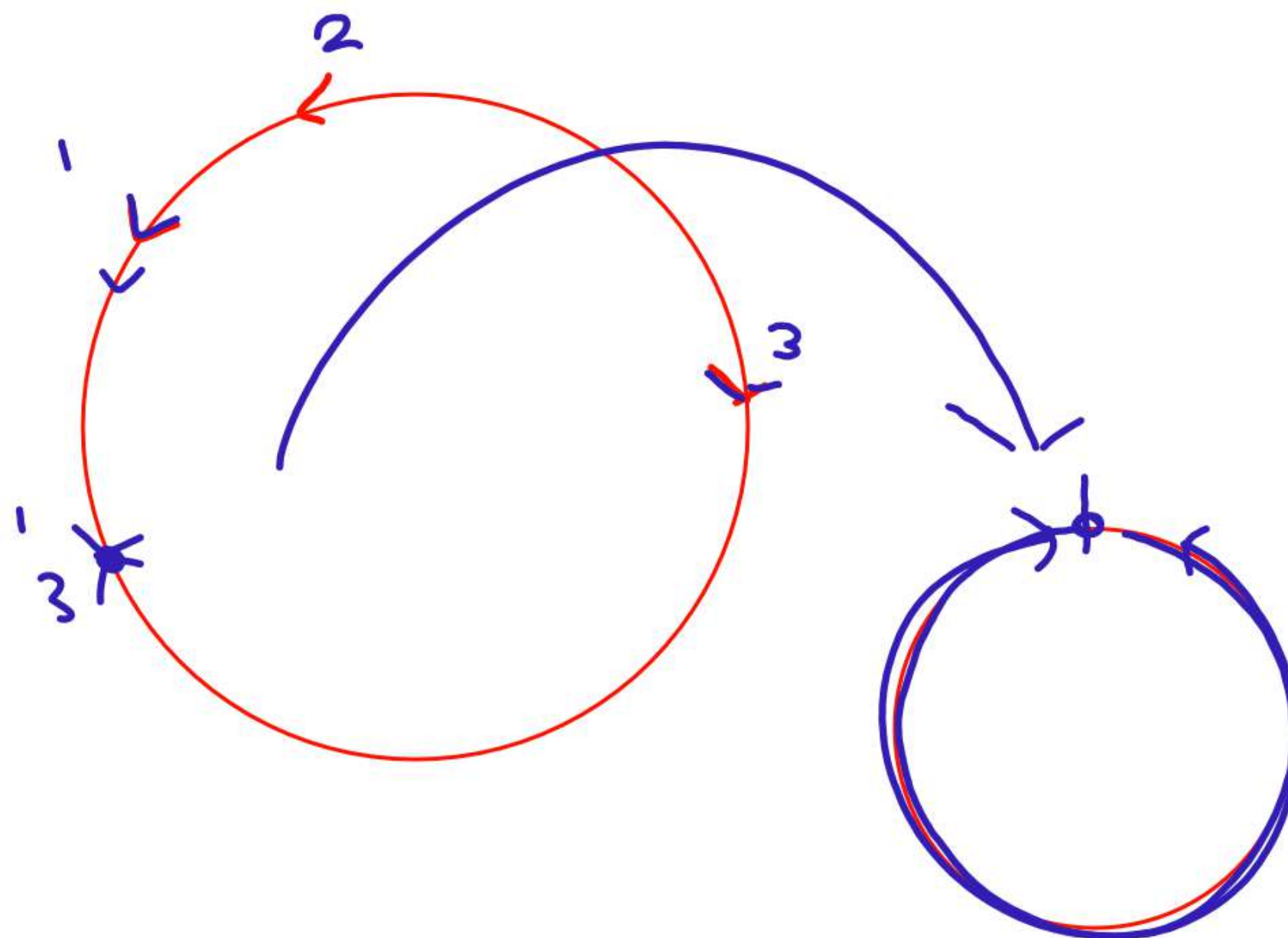
**SSC CGL (PRE) 27/07/2023 (Shift-1)**

(a) 220

(b) 215

(c) 210

✓ (d) 225



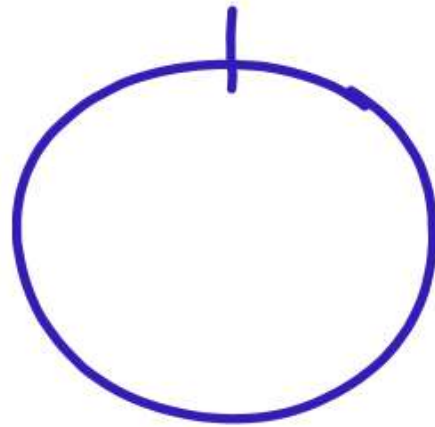


$$t_P = \frac{36}{3} 12h$$

$$t_Q = \frac{36}{4} 9h$$

$$t_R = \frac{36}{6} 6h$$

$$\text{LCM} = (12, 9, 6) \\ = 36$$



4. Three persons P, Q, R run along a circular track at speeds of 3 km/h, 4 km/h, 6 km/h, respectively. If the length of the track is 36 km, then after how much time will they meet again at the starting point?

तीन व्यक्ति **P, Q, R** एक वृत्ताकार ट्रैक पर क्रमशः 3 किमी/घंटा, 4 किमी/घंटा 6 किमी/घंटा की चाल से दौड़ते हैं। यदि ट्रैक की लंबाई 36 किमी है, तो वे फिर से शुरुआती बिंदु पर कितने समय बाद मिलेंगे?

**SSC CPO 10/11/2022 (Shift-02)**

(a) 38 hours

(c) 24 hours

✓ (b) 36 hours

(d) 28 hours



$$t_x = \frac{3600}{\cancel{27} \times \cancel{2}} = \underline{480}$$

$$t_y = \frac{3600}{\cancel{45} \times \cancel{2}} = 144 \times 2 = 288$$

$$\text{Ans LCM}(480, 288) \\ = 1440$$

4. In a circular race along a track 3600 m long, X and Y run at the speed of 27 km/h and 45 km/h respectively. Suppose they start walking at the same time and in the same direction, then when will they meet again at the starting point?
- 3600 मीटर लंबे ट्रैक के अनुदिश एक वृत्ताकार दौड़ में, **X** और **Y** क्रमशः 27 किमी/घंटा और 45 किमी/घंटा की गति से दौड़ते हैं। मान लीजिए कि वे एक ही समय और एक ही दिशा में चलना शुरू करते हैं, तो वे फिर से शुरुआती बिंदु पर कब मिलेंगे?

SSC PHASE XI 27/06/2023 (Shift-01)

- (a) 720 sec  
(c) 2200 sec  
(b) ✓ 1440 sec  
(d) 1200 sec



$$t_s = \frac{200}{18 \times \frac{5}{18}} = 40 \text{ sec.}$$

$$t_m = \frac{200}{24 \times \frac{5}{18}} = 30 \text{ sec.}$$

$$\text{LCM}(40, 30) = 120$$

6. Two runners, Sony and Mony, start running on a circular track of length 200 m at speeds of 18 <sup>km/h</sup> and 24 km/h, respectively, in the same direction. After how much time from the start will they meet again at the starting point?

दो धाविकाएं, सोनी और मोनी, एक ही दिशा में क्रमशः 18 <sup>km/h</sup> और 24 km/h, की चाल से 200 m लंबाई के एक वृत्ताकार ट्रैक पर दौड़ना शुरू करती हैं। आरंभ से कितने समय बाद वे फिर से शुरुआती बिंदु पर मिलेंगी?

**CGL PRE, 14/07/2023 (Shift-1)**

- ✓ (a) 120 sec (b) 110 sec  
(c) 100 sec (d) 90 sec



$$t_1 = \frac{75}{30} \times 2 \quad t_2 = \frac{75}{25} \times 3$$

$$\begin{aligned} \text{LCM} &= \left( \frac{5}{2}, \frac{3}{1} \right) \\ &= \frac{\text{LCM}(5, 3)}{\text{HCF}(2, 1)} = \frac{15}{1} \end{aligned}$$

7.

In a race around a circular cycling track of 75 km, two cyclists are riding at a speed of 30 km/h and 25 km/h. After what time (in hours) will they meet at the point from where they started their journey?

75 km के एक वृत्ताकार साइकिल ट्रैक के परितः एक दौड़ में दो साइकिल सवार 30 km/h और 25 km/h की चाल से साइकिल चला रहे हैं। कितने समय (घंटों में) के बाद वे उस बिंदु पर मिलेंगे, जहाँ से उन्होंने अपनी यात्रा शुरू की थी?

**CGL PRE, 14/07/2023 (Shift-2)**

- (a) 16
- (c) 14

- (b) 7
- (d) 15



$$S \rightarrow \frac{\cancel{8}}{4} : \frac{\cancel{6}}{3}$$

$$\text{Ans} = 4 + 3 = 7$$

8. Anjali and Babita are running on a circular track in opposite directions from same time at same point with speeds of 8 m/sec and 6 m/sec, respectively. If the length of the circular track is 960 m, how many times distinct points they will meet?

अंजलि और बबीता एक वृत्ताकार ट्रैक पर एक ही समय और एक ही बिन्दु से विपरीत दिशाओं में क्रमशः **8 m/sec** और **6 m/sec** की चाल से दौड़ रही हैं। यदि वृत्ताकार ट्रैक की लम्बाई **960 m** है, तो वे अलग-अलग मिलन बिन्दुओं पर कितनी बार मिलेंगी?

**SSC CHSL 09/06/2022 (Shift- 3)**

- ✓ (a) 7 times (b) 6 times  
(c) 12 times (d) 14 times



$$S \rightarrow 20 : 30$$

$$\text{Ans} = 2+3 = 5$$

9. Two persons started running on a circular track at a speed of 20 m/s and 30 m/s in opposite directions. If the circumference of the circular track is 100 m, find at how many distinct points they will cross each other?

दो व्यक्ति एक वृत्ताकार ट्रैक पर विपरीत दिशाओं में 20 m/s और 30 m/s की चाल से दौड़ना शुरू करते हैं। यदि वृत्ताकार पथ की परिधि 100 m है, तो ज्ञात कीजिए कि वे एक-दूसरे को कितने अलग-अलग बिंदुओं पर पार करेंगे?

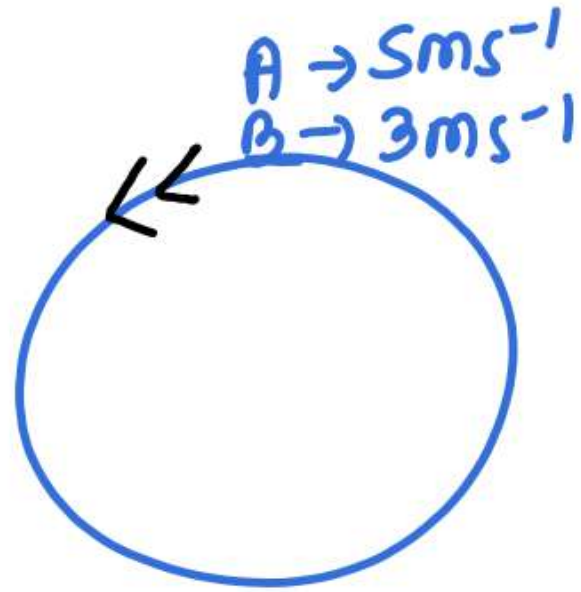
**SSC CGL TIER I 19/07/2023 (Shift-03)**

(a) 2

(b) 3

✓ (c) 5

(d) 10



Same dir<sup>n</sup>

5:3

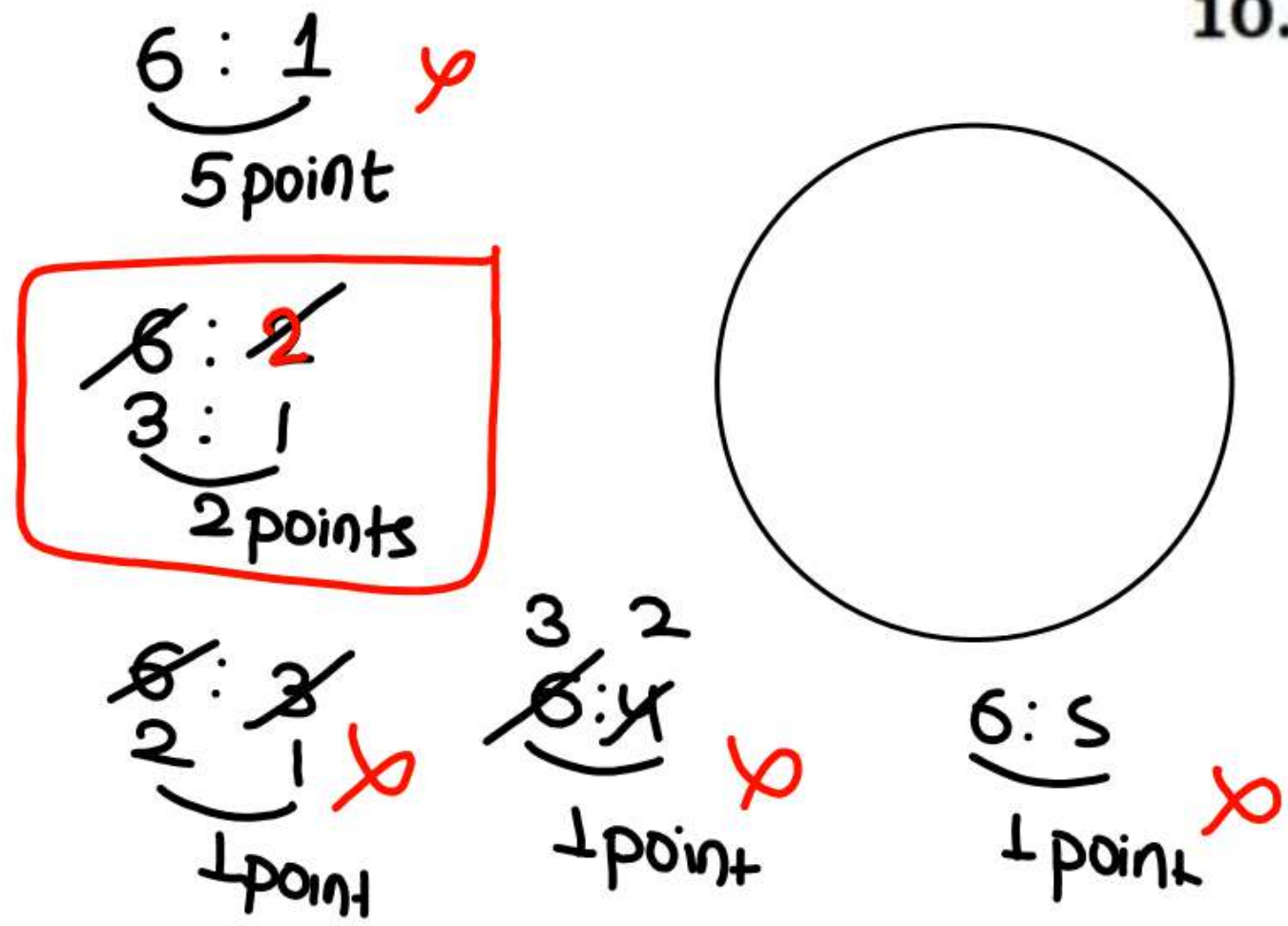
no. = 2 ✓

opp dir<sup>n</sup>

5:3

no. =  $5+3=8$  //



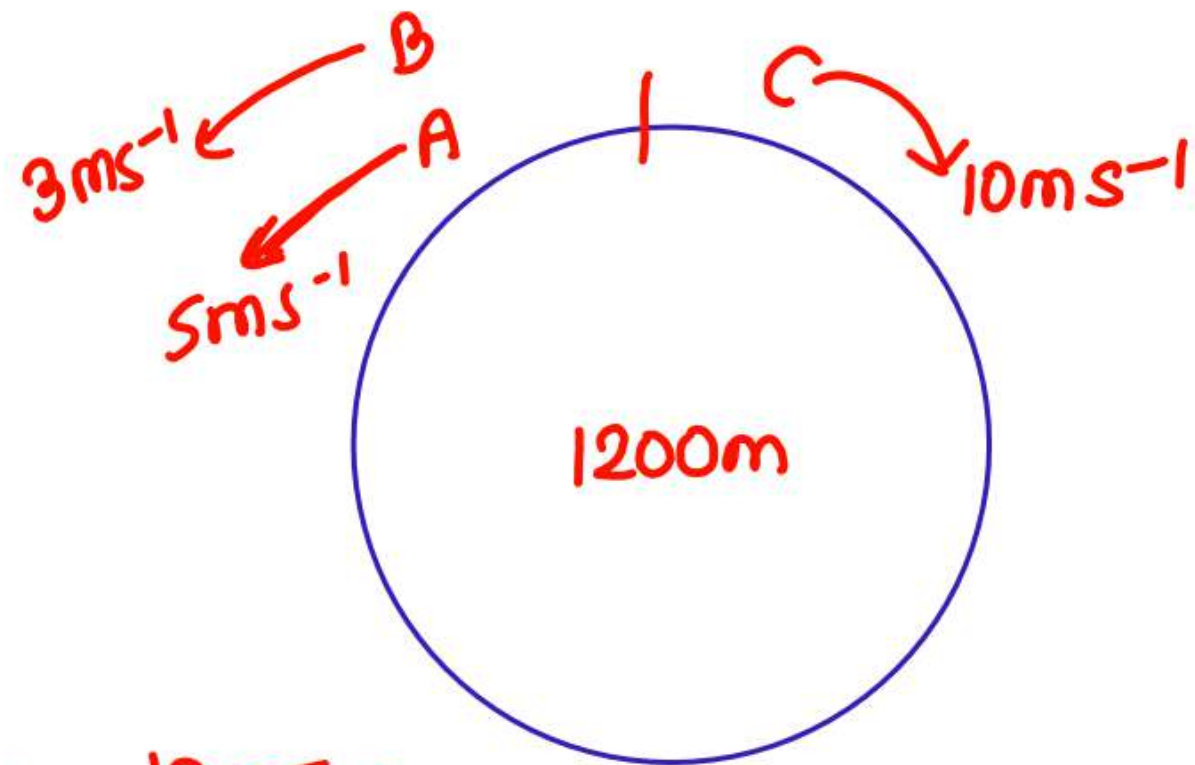


10. Two friends P and Q simultaneously start running from same point around a circular track. They run in the same direction. P runs at 6 m/sec and Q runs at  $b$  m/sec. If they cross each other at exactly two points on the circular track and  $b$  is a natural number less than 6, then how many values can  $b$  take?

दो मित्र P और Q एक साथ एक वृत्ताकार ट्रैक पर एक ही बिंदु से दौड़ना शुरू करते हैं। वे एक ही दिशा में दौड़ते हैं। P, 6 m/sec की चाल से दौड़ता है और Q,  $b$  m/sec की चाल से दौड़ता है। यदि वे वृत्ताकार पथ पर ठीक दो बिंदुओं पर एक दूसरे को पार करते हैं और  $b$  एक प्राकृत संख्या है, जो 6 से कम है, तो  $b$  के कितने मान हो सकते हैं?

**CGL PRE, 14/07/2023 (Shift-3)**

- (a) 2
- (b) 1
- (c) 4
- (d) 3



$$t_{A+B} = \frac{1200}{2} \text{ 600 seconds}$$

$$t_{A+C} = \frac{1200}{15} \text{ 80 seconds}$$

$$l(m) = (600, 80)$$

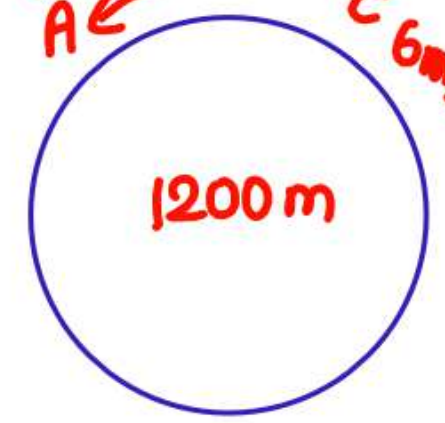
$$= \underline{\underline{1200}}$$

12	24	36	48	60	A+B
10	20	30	40	50	60

A red arrow points from the circled 60 in the first row to the circled 60 in the second row.



$t_{A+B} = \frac{1200}{2} = 600 \text{ s}$   
 $t_{A+C} = \frac{1200}{8} = 150 \text{ s}$



1200 m

$\therefore \text{LCM}(600, 150)$   
 $= 600 \text{ second} = \frac{600}{60} = 10 \text{ min}$

11. A, B and C run simultaneously, starting from a point, around a circular track of length 1200m, at respective speeds of 2m/s, 4m/s and 6m/s. A and B run in the same direction, while C runs in the opposite direction to the other two. After how much time will they meet for the first time?

A, B और C एक साथ, एक समान बिंदु से दौड़ना शुरू करते हैं। वे 1200 m लंबाई के एक वृत्ताकार ट्रैक के परितः क्रमशः 2m/s, 4 m/s और 6 m/s की चाल से दौड़ते हैं। A और B एक ही दिशा में दौड़ते हैं, जबकि C अन्य दो के विपरीत दिशा में दौड़ता है। वे पहली बार कितने समय के बाद मिलेंगे?

**SSC CGL TIER I 17/07/2023 (Shift-02)**

- ☒ (a) 10 minutes  
 (b) 9 minutes  
 (c) 12 minutes  
 (d) 11 minutes



$$t_A = \frac{120}{2} 60 \text{ sec}$$

$$t_B = \frac{120}{3} 40 "$$

$$t_C = \frac{120}{6} 20 "$$

$$\text{Ans} = \text{LCM}(60, 40, 20) \\ = 120$$

12. A, B and C start running simultaneously on a circular track of length 120 meters from the same point with the speeds 2m/s, 3m/s and 6m/s respectively. A and C are running in anti-clockwise direction and B is running in a clockwise direction. Answer the following questions:

**A, B और C एक ही बिंदु से 120 मीटर लंबे वृत्ताकार ट्रैक पर क्रमशः 2m/s, 3m/s और 6m/s की गति से दौड़ना शुरू करते हैं। A और C वामावर्त दिशा में दौड़ रहे हैं और B दक्षिणावर्त दिशा में दौड़ रहा है। निम्नलिखित सवालों का जवाब दें:**

- (i) After how much time from the start all three will meet again at the starting point?

**प्रारंभ से कितने समय बाद तीनों पुनः प्रारंभिक बिंदु पर मिलेंगे?**

- (a) ✓ 120 seconds  
(c) 75 seconds

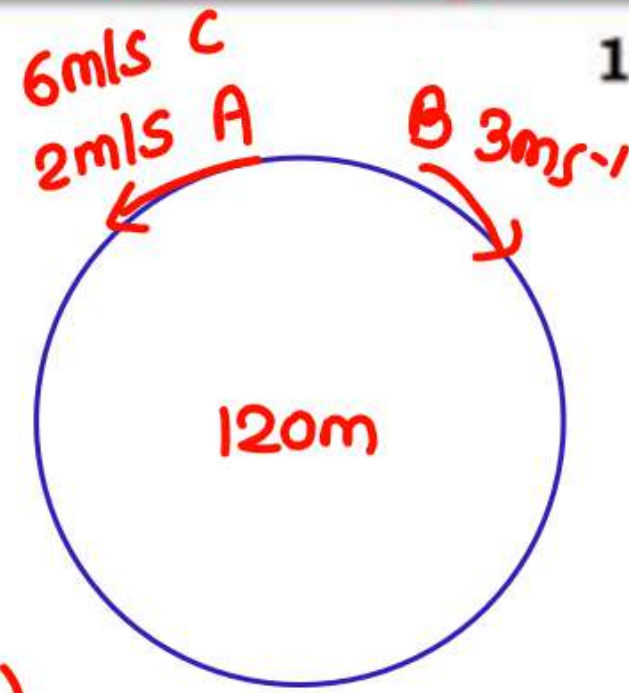
- (b) 60 seconds  
(d) 90 seconds



$$t_{A+C} = \frac{120}{4} = 30 \text{ sec}$$

$$t_{A+B} = \frac{120}{5} = 24 \text{ sec}$$

$$\therefore \text{ans} = \text{LCM}(30, 24) = 120$$



12. A, B and C start running simultaneously on a circular track of length 120 meters from the same point with the speeds 2m/s, 3m/s and 6m/s respectively. A and C are running in anti-clockwise direction and B is running in a clockwise direction. Answer the following questions:

A, B और C एक ही बिंदु से 120 मीटर लंबे वृत्ताकार ट्रैक पर क्रमशः 2m/s, 3m/s और 6m/s की गति से दौड़ना शुरू करते हैं। A और C वामावर्त दिशा में दौड़ रहे हैं और B दक्षिणावर्त दिशा में दौड़ रहा है। निम्नलिखित सवालों का जवाब दें:

- (ii) After how much time from the start all three will meet for the first time anywhere on the track?

शुरुआत के कितने समय बाद तीनों पहली बार ट्रैक पर कहीं मिलेंगे?

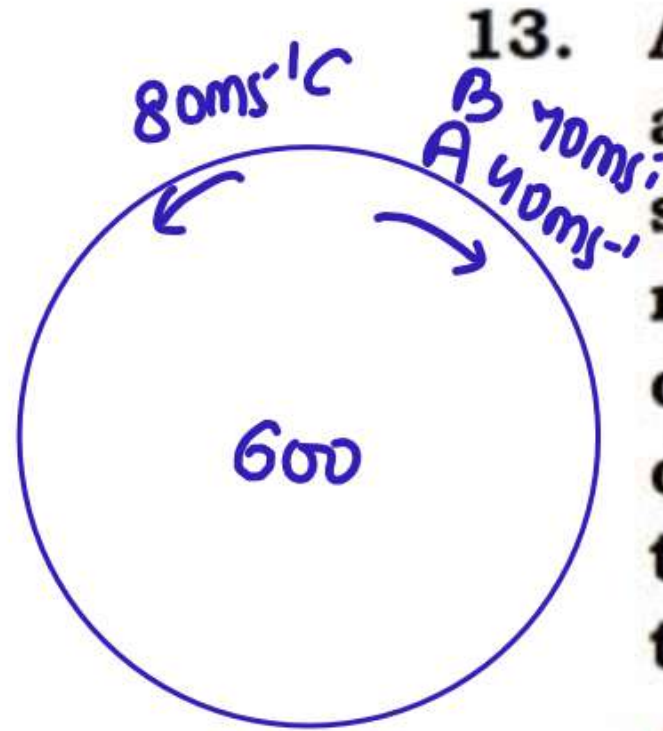
- (a) 150 seconds (b) 60 seconds  
(c) 75 seconds (d) 120 seconds



$$t_{A+B} = \frac{600}{30} = 20$$

$$t_{A+C} = \frac{600}{120} = 5$$

$$\text{ans} = \text{LCM}(5, 20) \\ = 20 \text{ Second}$$



13. A, B and C start running simultaneously from a point on a circular track 600 m long with speeds of 40m/s, 70m/s, and 80m/s, respectively. A and B are moving in a clockwise direction, while C is moving in an anticlockwise direction. After how many seconds will all the three be together for the first time on the track?

**A, B और C 600 मीटर लंबे वृत्ताकार ट्रैक पर एक बिंदु से क्रमशः 40 मीटर/सेकेंड, 70 मीटर/सेकेंड और 80 मीटर/सेकेंड की गति से दौड़ना शुरू करते हैं। A और B दक्षिणावर्त दिशा में घूम रहे हैं, जबकि C वामावर्त दिशा में घूम रहा है। कितने सेकंड बाद तीनों पहली बार ट्रैक पर एक साथ होंगे?**

(a) 30 seconds

(b) 60 seconds

(c) 75 seconds

(d) 90 seconds



$$S_A = \frac{800}{200} \text{ ms}^{-1}$$

$$S_B = \frac{800}{250} \text{ ms}^{-1}$$

$$1^{\text{st}} \text{ time} = \frac{800}{4-16}$$

$$= \frac{200}{S}$$

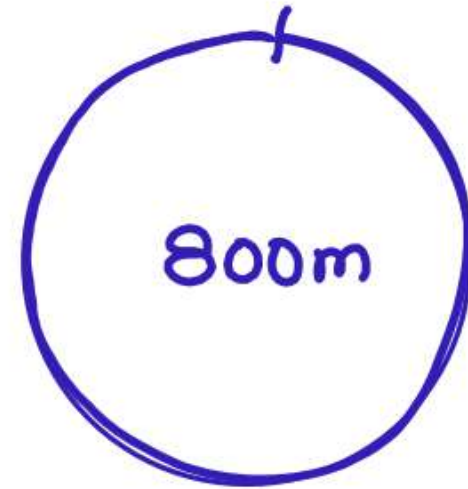
$$= \frac{800 \times S}{4}$$

$$= 1000 \text{ Seconds}$$

$$A \rightarrow \frac{S}{1000}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ +S \\ +S \\ +S \\ +S \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 1000 \\ +1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{array}$$

$$20, \quad 4000$$



Rate = 18 km

$$\text{चक्कर} = \frac{22.5}{18000}$$

14. Racer A and racer B run a race of 18 km on a circular track of length 800 m. Both complete one round in 200 sec and 250 sec, respectively. After how much time from the start will the faster person meet the slower person for the last time?

धावक A और B, 800 m लंबाई के एक वृत्तीय पथ पर 18 km की दौड़ दौड़ते हैं। दोनों क्रमशः 200 sec और 250 sec में एक चक्कर पूरा करते हैं। दौड़ आरंभ होने के कितने समय बाद तेज व्यक्ति धीमे व्यक्ति से आखिरी बार मिलेगा?

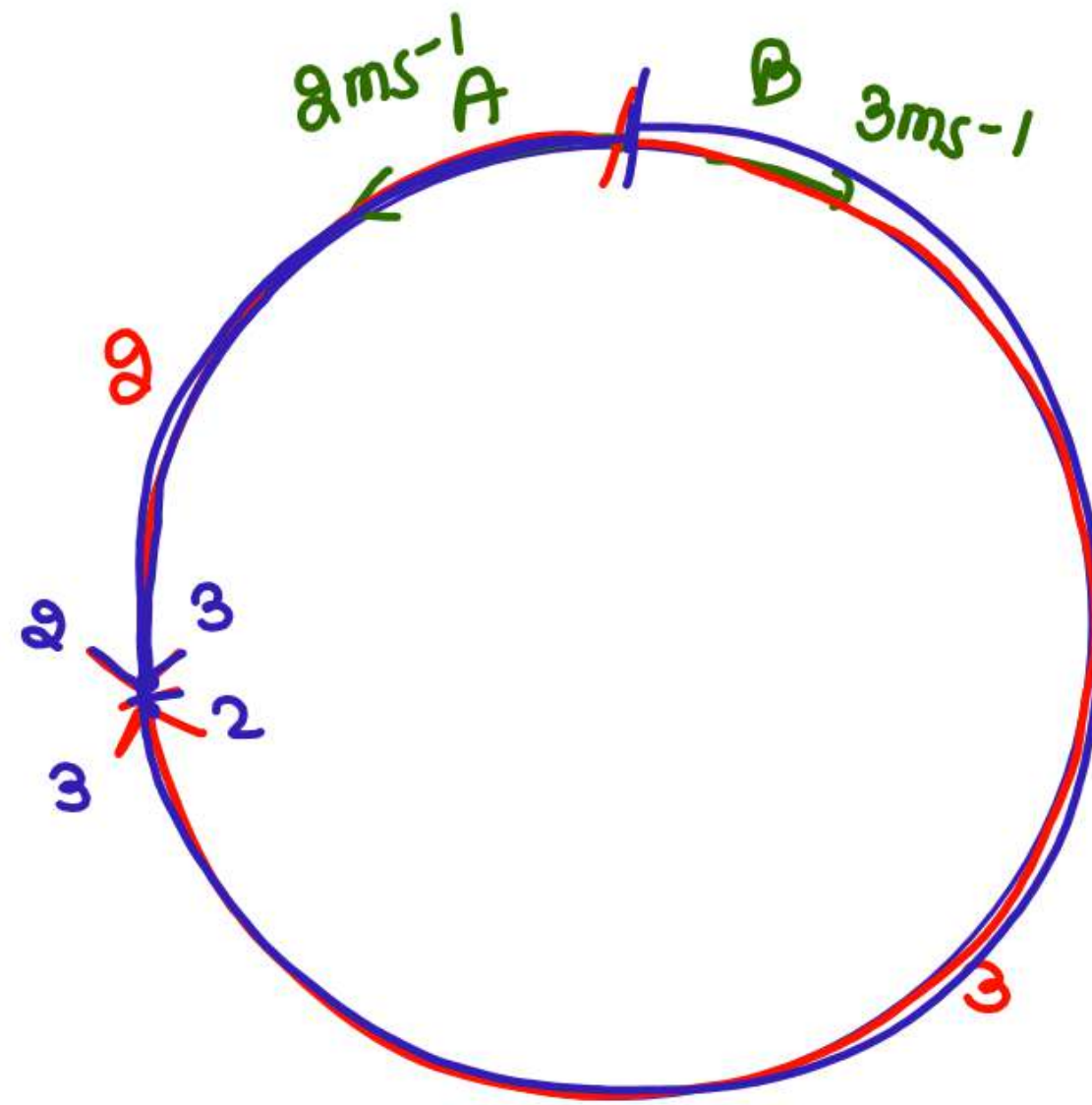
SSC CGL TIER I 17/07/2023 (Shift-04)

(a) 2700 sec

(b) 4000 sec

(c) 2250 sec

(d) 1800 sec





15. Having started from the same point and at the same time, two runners - P and Q- are running around a circular track of length 500m in opposite directions with the speeds of 6 m/s and 10 m/s respectively. If they exchange their speeds after meeting for the first time, who will reach the starting point first?

एक ही बिंदु से और एक ही समय पर दौड़ना शुरू करके, दो धावक - P और Q - क्रमशः 6 m/s और 10 m/s की चाल से 500 m लंबे एक वृत्ताकार ट्रैक के परितः विपरीत दिशाओं में दौड़ रहे हैं। यदि वे पहली बार मिलने के बाद अपनी चाल परस्पर बदल लेते हैं, तो शुरुआती बिंदु पर सबसे पहले कौन पहुंचेगा?

**SSC CGL PRE, 25/07/2023 (Shift-4)**

- (a) Q
- (b) P
- (c) Both P and Q will reach at the same time
- (d) No one of the P and Q



$$t = \frac{D}{S}$$

$$\Rightarrow \cancel{8 \text{ min}} = \frac{\cancel{1440 \text{ m}}}{\cancel{90 \text{ m/min}}}$$

$$x = 90 \text{ m/min}$$

$$t_{\text{shyam}} = \frac{D}{S} = \frac{1440 \text{ m}}{90 \text{ m/min}} = 16 \text{ min}$$

R : S  
Speed  $3x : x$   
 $\downarrow$   
 $x \rightarrow \text{m/min}$

16. Ram and Shyam are racing along a circular track. <sup>in same dirn</sup> The speed of Ram is thrice the speed of Shyam. The length of the circular track is 1440 m. After the start of the race from the same point simultaneously, Ram meets Shyam for the first time at the end of the 8th minute. If Ram and Shyam start the race again from the same starting point simultaneously, (then the time taken by Shyam to finish the race is: (given that the length of the race is same as the length of the track) **समान दूरी है**

राम और श्याम एक वृत्ताकार पथ पर <sup>↑</sup> दौड़ रहे हैं। राम की चाल श्याम की चाल से तीन गुनी है। वृत्ताकार पथ की लंबाई 1440 m है। एक ही बिंदु से एक साथ दौड़ शुरू होने के बाद, राम 8वें मिनट के अंत में पहली बार श्याम से मिलता है। यदि राम और श्याम एक ही प्रारंभिक बिंदु से एक साथ फिर से दौड़ शुरू करते हैं, तो दौड़ समाप्त करने में श्याम द्वारा लिया गया समय है (ज्ञात है कि दौड़ की लंबाई पथ की लंबाई के समान है)

**SSC CGL (PRE) 26/07/2023 (Shift-2)**

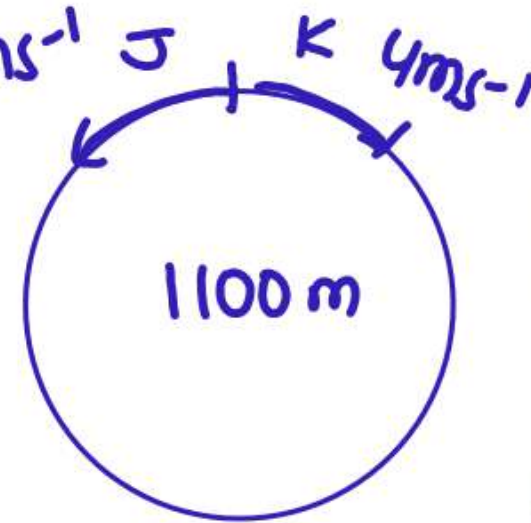
- (a) 7.5 min
- (b) ☒ 16 min
- (c) 30 min
- (d) 22.5 min



$$1^{st} \text{ meeting } (t) = \frac{1100}{10} = 110 \text{ sec.}$$

$$2^{nd} \text{ " } (t) = \frac{1100}{(3+8)} = 100 \text{ sec}$$

210



17. Joy and Kat run around a circular track of length 1100 m in opposite directions with initial speed of 6 m/sec and 4 m/sec, respectively. Starting from the same point whenever they meet, Joy's speed halves and Kat's speed doubles. After how much time from the beginning will they meet for the second time?

जॉय और कैट 1100 m लंबाई के एक वृत्ताकार ट्रैक के परितः क्रमशः 6 m/sec और 4 m/sec की प्रारंभिक चाल से विपरीत दिशाओं में दौड़ते हैं। जब भी वे मिलते हैं उसी बिन्दु से शुरू करते हुए, जॉय की चाल आधी हो जाती है और कैट की चाल दोगुनी हो जाती है। वे शुरूआत से कितने समय के बाद दूसरी बार मिलेंगे?

SSC Phase X 05/08/2022 (Shift- 03)

(a) 220 sec

(b) 210 sec

(c) 190 sec

(d) 200 sec